ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 17 MARS 1919.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON GUIGNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du Décret, en date du 14 mars 1919, qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **George E. Hale** pour occuper la place d'Associé étranger, vacante par la radiation de M. *A. von Baeyer*.

Il est donné lecture de ce Décret.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Remarque sur l'intégrale résiduelle.* Note de M. **J. Hadamard**.

Lorsqu'un milieu en repos jusqu'à $t = 0$, dont le mouvement (ou, plus généralement, l'oscillation d'une nature quelconque) obéit à une équation linéaire aux dérivées partielles (E) du type hyperbolique, reçoit, à l'origine des temps, un ébranlement initial M_0, l'effet de cet ébranlement se propage par une onde cheminant en tous sens et analytiquement représentée par une caractéristique de l'équation donnée. Avant le passage de cette onde en un point déterminé quelconque a, aucun effet n'a lieu en ce point. Après le passage de l'onde, on sait que les deux hypothèses contraires sont possibles :

Ou bien (cas de l'équation des ondes sphériques), le principe de Huyghens est vérifié au sens spécial du mot, c'est-à-dire que l'ébranlement M_0 ne produit plus en a aucun effet et (en l'absence de perturbation autre que M_0), le voisinage de a rentre dans le repos;

Ou bien, comme l'ont constaté tout d'abord Poincaré et M. Picard pour l'équation des télégraphistes, l'onde, après son passage, laisse derrière elle un *mouvement résiduel*.

Dans un travail précédent [1], j'ai fait, dans quelques cas particuliers, l'étude de ce mouvement résiduel et de l'*intégrale résiduelle* qui le représente, et cherché quelle doit être l'équation (E) pour que l'intégrale résiduelle vérifie une équation aux dérivées partielles distincte de la première.

Plaçons-nous dans le cas contraire. Une première question se pose alors, celle de savoir si l'intégrale résiduelle peut être une solution *quelconque* de (E).

Bornée à ces termes stricts, cette question est résolue dans le sens de la négative par la simple remarque suivante :

L'intégrale résiduelle d'une équation à coefficients analytiques est toujours analytique.

Elle se présente, à ce point de vue, comme les solutions des équations du type elliptique.

On s'assure, en effet, sans difficulté que la partie non analytique de la solution est exclusivement fournie par les termes qui correspondent au passage de l'onde proprement dite. Si ces termes sont nuls (cas de l'intégrale résiduelle), le raisonnement classique qui démontre l'analyticité des solutions dans le cas elliptique redevient valable.

HYGIÈNE INDUSTRIELLE. — *D'un vêtement insubmersible et protecteur contre le froid.* Note de MM. **Charles Richet** et **Georges Noizet**.

On sait que les naufragés, si un torpillage ou un abordage du navire les ont jetés à la mer, meurent plutôt de froid que de submersion ; car, dès qu'ils ont une ceinture de sauvetage ou une bouée, ils surnagent. Ils n'en périssent pas moins, quand ils ne sont pas rapidement secourus. En effet la déperdition de calorique dans l'eau froide est si intense qu'au bout d'une demi-heure, d'une heure tout au plus, ils n'ont plus de forces et sont saisis par le froid.

Nous avons donc songé à fabriquer un vêtement qui fût à la fois insub-

---

(1) *Bulletin de la Société mathématique de France*, t. XXVIII, 1900, p. 69.

mersible et protecteur contre le froid, ce qui n'avait pas été réalisé encore[1].

Le principe en est très simple : c'est un vêtement imperméable de toile caoutchoutée, telle qu'on l'emploie pour les ballons dirigeables, presque imperméable aux gaz et, par conséquent, tout à fait imperméable à l'eau. Ce vêtement est tapissé à l'intérieur d'une couche de Kapok, de 15^{mm} environ d'épaisseur, ce qui, par suite de l'extrême légèreté du Kapok, assure à la fois la non-conductibilité au froid et l'insubmersibilité.

Les mains sont libres, et les poignets sont serrés par du caoutchouc qui ne laisse absolument pas passer l'eau.

L'ensemble du vêtement se termine par un capuchon qui dépasse la tête et qu'on serre par une cordelette au-dessus de la tête. A la partie antérieure de ce capuchon est une ouverture par laquelle on peut passer la figure, laquelle est libre, bordée et serrée par une lame mince de caoutchouc qui adhère à la peau, mais qui ne détermine aucune constriction pénible.

Afin d'assurer l'équilibre vertical, aux pieds sont accrochés des poids, qui pour chaque pied sont de $4^{kg},500$ environ. Grâce à ce lest supplémentaire, on se tient droit dans l'eau, laquelle n'arrive qu'à la partie supérieure du thorax. Les poids peuvent être facilement détachés.

Nous avons tous deux sur nous-mêmes, et sur d'autres personnes, expérimenté à maintes reprises cet appareil, au Havre, dans l'avant-port, et nous avons constaté que, même au bout d'une heure et demie, la température de l'eau étant de 7° environ, on n'avait pas la plus faible sensation de froid (sinon, bien entendu, aux mains qui sont nues).

La preuve est donc faite que l'on peut, pendant plusieurs heures, par un vêtement convenable : 1° *se maintenir, malgré les vagues, en équilibre dans l'eau;* 2° *garder la chaleur du corps, malgré la température basse de l'eau ambiante.*

Le seul inconvénient de cet appareil, comme appareil de sauvetage, c'est qu'il est assez long à revêtir : 10 minutes quand on est seul, 3 minutes quand on est aidé.

D'ailleurs on peut concevoir qu'il aura d'autres applications que celles d'un costume de sauvetage. Il serait d'un usage excellent pour les travaux des pontonniers ; pour les voyageurs et pilotes en avions survolant la mer,

---

(1) Nous avions dès 1915 commencé nos recherches, sans jamais songer à les tenir secrètes, de sorte que l'idée très simple qui, dès cette époque, nous avait guidés, a pu être par d'autres, au moins partiellement, mise à exécution.

ou en hydravions; pour les réparations des navires, et peut-être pour d'autres opérations navales ou industrielles encore, dans lesquelles l'immersion prolongée en eau froide est nécessaire.

COMMISSIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la désignation de deux Membres de la Division des Sciences mathématiques, deux Membres de la Division des Sciences physiques et deux Membres non résidants qui, sous la présidence de M. le Président de l'Académie, formeront la Commission chargée de présenter une liste de candidats à la place de Membre non résidant, vacante par le décès de M. *H. Bazin*.

MM. É. **Picard** et **Lecornu**, **Haller** et **A. Lacroix**, **Sabatier** et **Flahault** réunissent la majorité absolue des suffrages.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce le décès de M. **Edmund Weiss** Correspondant de l'Académie pour la Section d'Astronomie, survenu à Vienne (Autriche) le 21 juin 1917.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Emmanuel-Joseph Boudin. *Leçons de Calcul des probabilités faites à l'Université de Gand de* 1846 *à* 1891, publiées avec des notes et des additions, par Paul Mansion.

2° *Congrès de l'Etang et de l'élevage de la Carpe*, tenu en 1918 sous la présidence de M. H. Gomot. *Mémoires et comptes rendus* publiés par MM. Louis Roule et Ernest Poher. (Présenté par M. Edmond Perrier.)

M. **Louis Fabry**, élu Correspondant pour la Section d'Astronomie, adresse des remercîments à l'Académie.

M. **Aug. Chevalier** adresse des remercîments pour la subvention qui lui a été accordée sur le *Fonds Bonaparte* en 1918.

GÉOMÉTRIE SUPÉRIEURE. — *Surfaces applicables l'une sur l'autre.* Note de M. **Bertrand Gambier**.

1. Soient deux surfaces *réelles* S et S_1 applicables l'une sur l'autre; je les suppose *analytiques* afin de pouvoir parler des points imaginaires de S ou S_1. Un point *réel* M de S a pour homologue, dans l'application sur S_1, un point M_1 qui peut être *réel ou imaginaire* : dans le premier cas, il existe sur S au voisinage de M une portion réelle σ que l'on peut supposer réalisée physiquement au moyen d'un tissu flexible et inextensible et que l'on peut transporter sur S_1 afin d'en recouvrir la portion correspondante σ_1. Je dirai alors que pour le morceau de surface σ, l'application est de première espèce. Dans le second cas, il existe sur S au voisinage de M une portion σ plus ou moins étendue qui ne peut être transportée et déformée *physiquement* de façon à s'appliquer sur la surface S_1; la transformation n'en reste pas moins intéressante au point de vue analytique; je dirai que pour ce morceau de surface σ l'application est de seconde espèce.

2. Je rappelle un exemple connu d'application de seconde espèce. A tout point M (φ, v) de la surface pseudosphérique

$$x = \sin\varphi\cos v, \qquad y = \sin\varphi\sin v, \qquad z = \cos\varphi + \log\operatorname{tang}\frac{\varphi}{2},$$

je fais correspondre le point $M_1(\varphi_1, v_1)$ de la même surface défini par les relations

$$\sin\varphi_1 = a\sin\varphi, \qquad v = av_1,$$

où a est une constante réelle comprise entre 0 et 1. Cette correspondance applique la surface sur elle-même; un point de la surface peut être considéré comme point M ou point M_1; dans le premier cas, pour toute la pseudo-

sphère, la correspondance est de première espèce; dans le second cas elle est de seconde espèce pour toute la région où le rayon du parallèle reste compris entre a et 1.

3. Le but de cette Note est de montrer que, dans l'étude des surfaces applicables l'une sur l'autre, l'application de seconde espèce constitue un phénomène très général et non exceptionnel et qu'il existe même des couples de surfaces réelles S et S_1 applicables l'une sur l'autre telles que tout point réel de chacune ait pour correspondant un point imaginaire de l'autre.

L'exemple le plus curieux est fourni par les surfaces applicables sur le paraboloïde de révolution. M. Darboux indique au Tome 3 de sa *Théorie des surfaces* comment à toute courbe sphérique Γ *réelle ou imaginaire* correspond, à une translation près, un couple et un seul de deux surfaces *réelles* S et S_1 applicables toutes deux sur le paraboloïde $x^2+y^2=2pz$. Quelle que soit la courbe Γ on obtient ce curieux résultat :

a. L'une des deux surfaces, S par exemple, peut être réalisée en tissu inextensible et parfaitement flexible, puis être étalée complètement sur une certaine fraction du paraboloïde; cela pourra même, en général, se réaliser sans couture ni coupure;

b. Pour l'autre surface S_1 chaque point réel a pour homologue un point imaginaire du paraboloïde : au point de vue expérimental, rien ne peut donc déceler que S_1 soit applicable soit sur S, soit sur le paraboloïde.

4. La surface de révolution, définie en coordonnées semi-polaires (r, θ, z) par l'équation $z=f(r)$, admet pour ds^2

$$ds^2=[1+f'^2(r)]\,dr^2+r^2\,d\theta^2.$$

En égalant le coefficient de dr^2 à une fonction impaire arbitraire de r^2, j'obtiens f par une quadrature; en faisant correspondre au point $M(r, \theta)$ de la surface le point $M_1(r_1=ir,\ \theta_1=i\theta)$ de la même surface, je réalise une application de deuxième espèce de la surface sur elle-même.

Je retrouve la pseudosphère avec une nouvelle application sur elle-même en prenant $1+f'^2(r)=\frac{1}{r^2}$.

Si p est un entier positif non nul, l'équation

$$z=\frac{r^{2p+2}}{(2p+2)\sqrt{2}}+\frac{1}{2p\sqrt{2}\,r^{2p}}$$

définit une famille de surfaces algébriques de cette catégorie.

5. Il est facile de généraliser cet exemple par la considération de l'élément linéaire

$$ds^2 = v^p(du^2 + dv^2),$$

qui contient en particulier à une infinité de surfaces de révolution réelles. Pour chaque valeur de p on a une infinité de surfaces applicables soit chacune sur elle-même, soit chacune sur les autres d'une infinité de façons de première espèce. A ces divers modes s'ajoute l'application de seconde espèce définie par $u = ju_1$; $v = jv_1$, j étant une quelconque des racines imaginaires de l'équation $x^{p+2} - 1 = 0$. Quand p est égale à $4s$ ou à $-4(2s+1)$, où s est un entier positif, les surfaces de révolution sont algébriques. Pour p égal à 2 on obtient les développées des surfaces minima.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les zéros de la fonction $\zeta(s)$.* Note de M. **Harald Cramér**, présentée par M. Appell.

Soit $V(z)$ une fonction de la variable complexe $z = x + yi$ définie par la série

$$V(z) = \sum_{\gamma > 0} e^{\rho z},$$

absolument convergente pour $y > 0$. Ici, la somme s'étend à tous les zéros $\rho = \beta + \gamma i$ de la fonction $\zeta(s)$ de Riemann dont la partie imaginaire γ est positive. Je veux présenter dans cette Note quelques résultats obtenus par l'étude de cette fonction. La méthode suivie s'applique encore à la fonction analogue à $V(z)$ formée avec les zéros de la fonction $\zeta_k(s)$ correspondant à un corps algébrique arbitraire k. Les séries servant à définir ces fonctions sont intimement liées aux séries telles que $\sum \frac{x^\rho}{\rho}$, dont on connaît le rôle prédominant dans la théorie analytique des nombres premiers et des idéaux, mais qui n'ont guère été étudiées que pour des valeurs réelles de la variable.

I. Par des théorèmes connus relatifs à la croissance de $\zeta(s)$, on parvient à la relation

$$V(z) = \frac{1}{2\pi i}\int e^{sz}\frac{\zeta'(s)}{\zeta(s)}ds = -\frac{z}{2\pi i}\int e^{sz}\log\zeta(s)\,ds,$$

les intégrales étant prises le long de la ligne brisée joignant les points $+i\infty$, 0, 1, $1+i\infty$; cependant le point singulier $s=1$ doit être évité par un petit quart de cercle dirigé vers le haut. En nous servant de la relation fonctionnelle bien connue que vérifie la fonction $\zeta(s)$ pour transformer la dernière intégrale, nous obtiendrons par un calcul assez long la relation nouvelle

$$\begin{aligned} V(z) = {} & \frac{z}{2\pi i} e^z \sum_{p,m} \frac{1}{mp^m(z-\log p^m)} - \frac{z}{2\pi i} \sum_{p,m} \frac{1}{mp^m(z+\log p^m)} \\ & + \left(\frac{1}{4} + \frac{C+\log 2\pi}{2\pi}\right)\left(1+\frac{1}{z}\right) + \frac{1}{2\pi i}\frac{\Gamma'}{\Gamma}\left(\frac{z}{\pi i}\right) \\ & + \frac{1}{2}e^z - \frac{z}{2\pi i}\int_0^1 e^{sz}\log|\zeta(s)|\,ds - \frac{1}{2\pi i z}\int_0^\infty \frac{t}{e^t-1}\frac{dt}{t+z}, \end{aligned}$$

qui est valable pour $-\pi < \arg z < \pi$. Au second membre, les sommes s'étendent à toutes les puissances p^m des nombres premiers p; à l'exception de la dernière intégrale, tous les termes représentent des fonctions de z partout uniformes. Or, en appliquant un théorème dû à Hermite, on trouve immédiatement que la fonction

$$\frac{1}{z}\int_0^\infty \frac{t}{e^t-1}\frac{dt}{t+z} - \frac{\log z}{e^{-z}-1}$$

est partout uniforme; elle est aussi holomorphe à l'origine, de manière qu'on pourra énoncer le théorème suivant :

La fonction $V(z)$ *est méromorphe dans toute partie finie du plan des* z *découpé suivant l'axe imaginaire de l'origine jusqu'à* $-i\infty$. *A l'intérieur du plan découpé, elle n'admet d'autres singularités que les pôles simples* $z=\pm\log p^m$.

La fonction

$$V(z) - \frac{1}{2\pi i}\left(\frac{\log z}{1-e^{-z}} + \frac{C+\log 2\pi - \frac{1}{2}\pi i}{z}\right)$$

est uniforme dans tout le plan et holomorphe à l'origine.

Aux points $z=\pm 2\nu\pi i$, $\nu=1, 2, \ldots$, $V(z)$ *a des pôles simples avec les résidus* $\frac{1}{2\pi}\left(\arg z - \frac{1}{2}\pi\right)$ *variables avec l'argument de* z. *Les points*

$$z = -\pi i, \quad -3\pi i, \quad \ldots$$

sont encore des pôles simples, les résidus correspondants étant égaux à $-\frac{1}{2}$.

II. Désignons par N(T) le nombre des zéros $\rho = \beta + \gamma i$ satisfaisant à la condition $0 < \gamma \leqq T$; on sait que

$$N(T) = \frac{T}{2\pi}\left(\log \frac{T}{2\pi} - 1\right) + R(T),$$

où $|R(T)| <$ const. log. T, lorsque T tend vers l'infini. Supposons pour un moment que l'hypothèse de Riemann soit vraie, c'est-à-dire que $\beta = \frac{1}{2}$ pour tous les ρ. Dans ce cas nous aurons, en partant de l'expression de $V(z)$ donnée ci-dessus et en y écrivant iz au lieu de z,

$$z\int_0^\infty N(v)\, e^{-vz}\, dv = \sum_{\gamma>0} e^{-\gamma z} = -\frac{C + \log 2\pi z}{2\pi z} + \frac{7}{8} + z p_1(z) \log z + z p_2(z),$$

d'où

$$\int_0^\infty R(v)\, e^{-vz}\, dv = \frac{7}{8z} + p_1(z) \log z + p_2(z),$$

p_1 et p_2 désignant des fonctions holomorphes pour $|z| < \log 2$.

En combinant ce résultat avec un théorème dû à M. Marcel Riesz [1] concernant les intégrales de la forme $\int_0^\infty a(v) e^{-vz}\, dv$, on parvient à la relation

$$\lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T R(v)\, dv = \frac{7}{8}.$$

Par des considérations un peu plus délicates, on peut montrer encore que ce dernier résultat est en réalité *indépendant de l'hypothèse de Riemann*.

III. Pour étudier la fonction analogue à $V(z)$ formée avec les zéros de la fonction $\zeta_k(s)$ correspondant à un corps algébrique arbitraire k, on doit procéder de la même manière, en utilisant la relation fonctionnelle récemment découverte par M. Hecke que vérifie cette fonction $\zeta_k(s)$. La fonction considérée aura des pôles simples en tous les points $z = \pm \log(\mathrm{N}p)^m$, $\mathrm{N}p$ désignant la norme d'un idéal premier arbitraire du corps k. On aura aussi une relation analogue à celle trouvée auparavant pour R(T).

---

[1] Il s'agit ici d'un théorème généralisant celui publié par M. Riesz dans les *Acta mathematica*, t. 40, p. 349-361, et qui m'a été communiqué par cet auteur.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Fonctions entières se rattachant aux nombres premiers.* Note de M. **Michel Petrovitch**, présentée par M. J. Hadamard.

Si dans l'intégrale définie

$$(1)\qquad \alpha_n = \int_a^b u t^n dt$$

on remplace u par diverses fonctions de t réelles, finies, continues et d'un signe invariable pour t compris dans l'intervalle réel, positif et fini (a, b), on peut en former une infinité de séries de puissances

$$(2)\qquad F(x) = \alpha_0 - \frac{\alpha_2}{1.2}x^2 + \frac{\alpha_4}{1.2.3.4}x^4 - \ldots.$$

Celles-ci représentent une classe de *fonctions entières* de x, du genre *zéro* ou *un*, rentrant dans celle dont je me suis occupé antérieurement [1]. Ce sont des fonctions oscillantes pour x réel, à un nombre illimité d'oscillations; elles ne dépassent pas, en valeur absolue, une certaine limite finie pour aucune valeur *réelle*, finie ou infinie, de x et tendent en oscillant vers zéro lorsque x augmente indéfiniment par valeurs réelles soit positives, soit négatives; leur décroissance, pour x très grand, est au moins aussi rapide que celle de $\frac{h}{x}$ où h est une quantité finie. Ces fonctions ont un nombre illimité de zéros réels positifs et négatifs. Certaines de leurs propriétés fonctionnelles généralisent celles des fonctions trigonométriques élémentaires (*loc. cit.*).

Dans la présente Note je signale l'existence, parmi les fonctions (2), d'une classe de transcendantes qui, par une propriété arithmétique remarquable, se rattachent aux nombres premiers.

Envisageons celles parmi les fonctions (2) dans lesquelles a et b sont des nombres positifs *non entiers*, avec $4 < a < b$ et où

$$(3)\qquad u = f(t)\,\theta(t),$$

$f(t)$ étant une fonction arbitraire de t, réelle, holomorphe le long du

[1] *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 1213-1215, et un Mémoire paru dans les *Publications de l'Académie Royale de Serbie*, 1913.

segment $a \leq t \leq b$ de l'axe réel Ot, gardant un signe invariable le long de ce segment, avec

$$\theta(t) = \left[\frac{\sin\frac{\pi\Gamma(t)}{t}}{\sin\frac{\pi}{t}}\right]^2.$$

La fonction $\theta(t)$, dont on sait, depuis H. Laurent [1], la relation avec les nombres premiers, est holomorphe dans le demi-plan des t à partie réelle positive et, pour t compris entre a et b, est constamment positive et plus petite que $\frac{1}{\sin^2\frac{\pi}{b}}$.

La propriété que nous avons en vue est la suivante :

La série

$$(4) \qquad S_{a,b} = \sum_{n=1}^{n=\infty} F(\overline{2n-1}\pi)$$

converge et a pour somme $-\frac{1}{2}\sum f(p_i)$, *où* $p_1, p_2, p_3, \ldots$ *désignent les nombres premiers compris entre* a *et* b.

En effet, soient λ et μ les deux entiers positifs tels que $\lambda - 1 < a < \lambda$, $\mu < b < \mu + 1$. On peut tracer un rectangle C symétrique par rapport à l'axe Ot, dont les côtés verticaux passent respectivement par $t = a$ et $t = b$, de hauteur suffisamment petite pour que la fonction (3) soit holomorphe à l'intérieur de C et sur C. D'après une formule sommatoire connue et valable dans ces conditions [2], on a

$$(5) \qquad 2\sum_{n=1}^{n=\infty}\int_a^b u(t)\cos(2n-1)\pi t\,dt = 2S_{a,b} = \sum_{n=\lambda}^{n=\mu}(-1)^n u(n).$$

Or, en vertu du théorème de Wilson [3], la fonction $\theta(n)$ prend pour $n > 4$ la valeur zéro si n est un entier composé, et la valeur 1 si n est premier, ce qui achève la démonstration.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 126, 1898, p. 809.

(2) Lindelöf, *Calcul des résidus*, p. 82.

(3) Voir H. Laurent, *loc. cit.*

La formule sommatoire

$$(6) \qquad 2\sum_{n=1}^{n=\infty}\int_a^b u(t)\cos 2n\pi t\,dt = \sum_{n=\lambda}^{n=\mu} u(n) - \int_a^b u(t)\,dt,$$

valable dans les mêmes conditions que (5) (Lindelöf, *loc. cit.*, p. 80), conduit au résultat suivant :

La série

$$T_{a,b} = \sum_{n=1}^{n=\infty} \Gamma(2n\pi)$$

converge et a pour somme

$$\frac{1}{2}[\Sigma f(p_i) - f(0)].$$

La fonction entière (2) spéciale, correspondant à

$$\alpha_n = \int_a^b \theta(t)\,t^n\,dt,$$

jouit ainsi de la propriété que *la série* (4) *converge et a pour demi-somme le nombre de nombres premiers compris entre a et b.*

THÉORIE DES NOMBRES. — *Le crible d'Eratosthène et le théorème de Goldbach.* Note de M. **Viggo Brun**, présentée par M. Hadamard.

Le théorème de Goldbach est bien connu : *On peut écrire tout nombre pair comme la somme de deux nombres premiers.*

On a maintenant un point de départ pour le traitement de ce problème et des problèmes analogues depuis qu'on a découvert que les nombres premiers de Goldbach peuvent être déterminés par une méthode analogue à celle d'Eratosthène. Le premier qui ait attiré l'attention sur ce fait est Jean Merlin [1].

Dans un Mémoire [2] en cours d'impression, j'ai étudié le crible d'Era-

---

(1) Voir *Bulletin des Sciences mathématiques*, 2e série, t. 39, 1915. Voir aussi Viggo Brun dans *Archiv for Mathematik og Naturvidenskab*, Bund 34, Kristiania.

(2) *Le crible d'Eratosthène et le théorème de Goldbach*, présenté par M. C. Störmer à *Videnskapsselskapet i Kristiania*, le 24 janvier 1919.

tosthène en lui donnant la forme suivante : Soient données les séries arithmétiques :

Δ.	$\Delta+D$.	$\Delta+2D$.	$\Delta+3D$.	$\Delta+4D$.	....
a_1	a_1+p_1	a_1+2p_1	a_1+3p_1	a_1+4p_1	...
a_2	a_2+p_2	a_2+2p_2	a_2+3p_2	a_2+4p_2	...
..	....	....	....	....	...
a_{r-1}	$a_{r-1}+p_{r-1}$	$a_{r-1}+2p_{r-1}$	$a_{r-1}+3p_{r-1}$	$a_{r-1}+4p_{r-1}$	...
a_r	a_r+p_r	a_r+2p_r	a_r+3p_r	a_r+4p_r	...

Les séries s'étendent de o à x. Δ et $a_1, a_2, \ldots, a_r$ sont des nombres entiers $(0<\Delta \leqq D,\ 0<a_i \leqq p_i)$. D désigne un nombre entier premier avec les nombres premiers $p_1, p_2, \ldots, p_r$.

Nous posons le problème suivant : *Combien la première ligne contient-elle de termes différents de tous les termes des autres lignes?* Nous désignons ce nombre par $N(\Delta, D, x, a_1, p_1, \ldots, a_r, p_r)$ ou plus brièvement par

$$N(D, x, p_1, p_2, \ldots, p_r).$$

Nous obtenons la formule fondamentale

$$\begin{aligned}&N(\Delta, D, x, a_1, p_1, \ldots, a_r, p_r)\\&\quad = N(\Delta, D, x, a_1, p_1, \ldots, a_{r-1}, p_{r-1}) - N(\Delta', D, p_r, x, a_1, p_1, \ldots, a_{r-1}, p_{r-1})\end{aligned}$$

dans laquelle

$$0<\Delta' \leqq D p_r$$

ou, plus brièvement,

$$N(D, x, p_1, p_2, \ldots, p_r) = N(D, x, p_1, p_2, \ldots, p_{r-1}) - N(D p_r, x, p_1, p_2, \ldots, p_{r-1}).$$

Nous en déduisons la formule suivante :

$$\begin{aligned}&N(D, x, p_1, p_2, \ldots, p_r)\\&\quad = N(D, x) - N(D p_1, x) - N(D p_2, x) - \ldots - N(D p_r, x)\\&\qquad + N(D p_2 p_1, x)\\&\qquad + N(D p_3 p_1, x) + N(D p_3 p_2, x, p_1)\\&\qquad + N(D p_4 p_1, x) + N(D p_4 p_2, x, p_1) + N(D p_4 p_3, x, p_1, p_2)\\&\qquad + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\&\qquad + N(D p_r p_1, x) + N(D p_r p_2, x, p_1) + N(D p_r p_3, x, p_1, p_2) + \ldots\\&\qquad + N(D p_r p_{r-1}, x, p_1, p_2, \ldots, p_{r-2}).\end{aligned}$$

En écartant tous les termes positifs N qui se trouvent à droite d'une ligne verticale déterminée, nous obtenons une formule donnant une limite inférieure de $N(D, x, p_1, p_2, \ldots, p_r)$. En employant cette formule plusieurs fois, nous pouvons calculer une limite inférieure de N en nous servant de l'équation

$$N(d, x) = \frac{x}{d} + \theta, \qquad \text{où} \qquad -1 \leq \theta < 1;$$

Par une méthode analogue, nous pouvons déterminer une limite supérieure de N. Nous obtenons les théorèmes suivants :

1. Quand sur x nombres consécutifs, nous effaçons les termes de deux en deux, puis de trois en trois, etc., finalement de $p(\sqrt[6]{x})$ en $p(\sqrt[6]{x})$, il restera $N[1, x, 2, 3, 5, \ldots, p(\sqrt[6]{x})]$ termes, où N est déterminé par

$$\frac{x}{\log x} < N[1, x, 2, 3, 5, \ldots, p(\sqrt[6]{x})] < \frac{7x}{\log x},$$

quand $x > x_0$.

2. *Il existe toujours, entre n et $n + \sqrt{n}$, un nombre dont le nombre de facteurs premiers ne surpasse pas* 11 *quand $n > n_0$.*

Nous pourrions, par cette voie, démontrer un théorème analogue à celui de *Dirichlet* :

3. Chaque série arithmétique dont le premier terme et la raison sont premiers entre eux, contient une infinité de termes dont le nombre de facteurs premiers ne surpasse pas 5.

En étudiant le *crible de Merlin*, j'ai démontré les théorèmes suivants :

4. *On peut écrire chaque nombre pair x, plus grand que x_0, comme la somme de deux nombres dont le nombre de facteurs premiers (différents ou non) ne surpasse pas* 9.

5. Désignons par $Z(x)$ le nombre de *nombres premiers jumeaux* au-dessous de x, c'est-à-dire de couples de nombres premiers ayant pour différence 2. Nous pouvons alors démontrer que

$$Z(x) < \frac{100x}{(\log x)^2}$$

pour tout $x > x_0$.

MÉCANIQUE. — *Sur la formule de Bernoulli.*
Note de M. ÉMILE COTTON.

La formule bien connu de Bernoulli est valable pour un fluide parfait animé d'un mouvement permanent et pour un filet déterminé du fluide. Cette formule, fondamentale en hydraulique, s'y trouve généralement appliquée dans des conditions bien différentes de celles que nous venons de rappeler : liquide naturel, mouvement non permanent au sens mathématique du mot, tuyau de section finie.

Je voudrais indiquer ici quelle formule doit être substituée à celle de Bernoulli quand on adopte les deux dernières hypothèses. Je suppose encore le liquide parfait; les résultats obtenus présentent néanmoins un intérêt pratique : ils permettent de définir avec précision les grandeurs à évaluer quand on veut comparer à propos de la conservation de l'énergie mécanique un liquide naturel, tel que l'eau, aux liquides parfaits de la Mécanique rationnelle.

1. Le théorème de Bernoulli étant une forme particulière du principe des forces vives, on peut partir de l'équation générale qui le traduit dans le cas des fluides parfaits, telle qu'elle est donnée au n° 10 de l'article IV-17 de l'édition française de l'Encyclopédie des Sciences mathématiques. Elle se simplifie en supposant qu'il s'agit d'un liquide incompressible, de densité constante, en admettant que la force extérieure rapportée à l'unité de masse, F, dérive d'une fonction de forces, et en appliquant la formule de Green. Je ne donnerai pas ici le détail de ces transformations, dont voici, en quelques mots, le résultat.

Imaginons dans l'espace occupé par un liquide parfait de densité ρ une surface fermée fixe S; soit E le volume intérieur, qui est censé entièrement rempli par le liquide. Appelons v la vitesse, p la pression, U la fonction des forces extérieures (rapportées à l'unité de masse).

L'énergie cinétique de la masse liquide intérieure à E varie avec le temps. *La dérivée par rapport au temps de cette énergie cinétique est égale à la somme des flux à travers* S, *vers l'intérieur, de trois vecteurs obtenus en multipliant le vecteur vitesse respectivement par* $\frac{1}{2}\rho v^2$, p *et* $-\rho U$. En d'autres termes,

elle est donnée par l'intégrale de surface

$$(1) \qquad \int_S \left(\frac{1}{2}\rho v^2 + p - \rho U\right) v \cos\theta \, dS,$$

où θ désigne l'angle du vecteur vitesse et de la normale intérieure.

2. Supposons que S soit constitué par la paroi S′ d'un tuyau imperméable dans lequel se meut le liquide et par deux cloisons fictives S_1 et S_2 qui ne se coupent pas. Admettons que l'énergie cinétique du liquide intérieur à E reste constante; les flux correspondant à S′ sont nuls ainsi que la dérivée de l'énergie cinétique, et l'on peut dire alors que *la somme des flux des trois vecteurs précédents est la même pour les deux cloisons* S_1, S_2 *quand on prend ces flux vers l'intérieur de* E *pour l'une des cloisons, vers l'extérieur pour l'autre.*

Donnons à ce dernier énoncé une forme voisine de la forme classique du théorème de Bernoulli. Appelons σ une cloison fictive quelconque séparant le tuyau en deux parties, désignons par la même lettre l'aire de cette cloison et posons

$$(2) \qquad \left\{\begin{aligned} V\sigma &= \int_\sigma v\cos\theta\, d\sigma, & V'^2 &= \frac{1}{V\sigma}\int_\sigma v^3\cos\theta\, d\sigma,\\ P &= \frac{1}{V\sigma}\int_\sigma pv\cos\theta\, d\sigma, & U' &= \frac{1}{V\sigma}\int_\sigma Uv\cos\theta\, d\sigma. \end{aligned}\right.$$

$V\sigma$ est le débit de la cloison à l'instant considéré, V la vitesse normale moyenne par rapport à l'aire de la cloison. On peut dire que V'^2, P, U′ sont les *moyennes par rapport au débit* du carré de la vitesse, de la pression et de la fonction des forces.

La somme

$$\frac{1}{2}V'^2 + \frac{P}{\rho} - U'$$

a même valeur pour les cloisons S_1 *et* S_2.

3. Ce résultat repose sur l'hypothèse de la constance de l'énergie cinétique du liquide entre les deux cloisons considérées. Écartons-la, revenons aux notations et hypothèses du n° 1 et calculons la variation de l'énergie cinétique du liquide intérieur à E pendant un intervalle de temps t_0, $t_0 + T$.

Ce calcul fait intervenir deux intégrations, l'une prise par rapport au temps t, l'autre étendue à la surface S; on peut intervertir l'ordre de ces

intégrations, puisque la surface S est fixe. En divisant par T le résultat obtenu, et désignant la variation par la notation habituelle Δ, il vient

$$(3)\qquad \frac{1}{T}\Delta\int_E \frac{1}{2}\rho v^2 dE = \int_S dS \int_{t_0}^{t_0+T}\left(\frac{1}{2}\rho v^2 + p - \rho U\right) v\cos\theta \frac{dt}{T}.$$

Si l'énergie cinétique du liquide remplissant E ne varie pas constamment dans le même sens, mais va tantôt en croissant, tantôt en décroissant, on peut choisir t_0 et T de façon que le premier nombre soit nul.

4. Supposons maintenant que la pression et la vitesse considérées comme fonctions du temps aient des oscillations dont les amplitudes maxima soient assez faibles pour qu'on puisse regarder leurs puissances et leurs produits comme négligeables; admettons que U est indépendant du temps. Nous dirons que le mouvement est *hydrauliquement permanent* quand ces conditions seront réalisées.

Dans ce cas, on peut, d'une façon approchée, calculer le second membre de l'équation (3) en remplaçant simplement, dans l'intégrale (1), v, p, $\cos\theta$ par leurs valeurs moyennes par rapport au temps

$$v' = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} v\,dt, \quad \ldots.$$

Dans les mêmes conditions, T étant pris assez grand, on peut remplacer par zéro le premier membre de l'équation (3).

En résumé, *pour un liquide parfait animé d'un mouvement hydrauliquement permanent, l'équation de Bernoulli est pratiquement applicable sous la forme donnée au n° 2, en y remplaçant pour le calcul des intégrales* (2) v, p, $\cos\theta$ *par leurs valeurs moyennes pendant un intervalle de temps assez long.*

Dans un travail plus développé, je montrerai comment ces résultats s'étendent aux gaz.

THERMODYNAMIQUE. — *Comment Carnot a calculé l'équivalent mecanique de la chaleur. Un document inédit.* Note de M. C. **Raveau.**

I. Autorisé, par la très grande bienveillance de M. le Secrétaire perpétuel M. E. Picard, à prendre connaissance, en vue d'une réimpression, des manuscrits confiés à l'Académie par Hippolyte Carnot et M. Adolphe Carnot, j'ai été assez heureux pour trouver, dans les quelques passages restés inédits, un texte qui nous renseigne définitivement sur la façon dont Sadi Carnot a calculé l'équivalent mécanique de la chaleur :

« S'il est reconnu que les gaz ne changent pas de température lorsqu'ils se dilatent sans produire de puissance motrice, lorsque, par exemple, soumis à une pression constante, ils s'échappent par une petite ouverture dans une autre capacité où ils sont soumis à une pression moindre mais également constante, il s'ensuivrait :

1° Que la consommation de puissance motrice produit du calorique;

2° Que la quantité produite est précisément celle dégagée par le gaz lors de sa réduction de volume.

» En effet, si l'on comprime un gaz, à moitié par exemple, en maintenant sa température à un degré constant, puis qu'on le laisse échapper par une petite ouverture pour pénétrer dans un vase où la pression soit maintenue au degré où elle était d'abord, ce gaz sera ramené à la fin de l'opération précisément à l'état primitif; il y aura une quantité de puissance motrice consommée égale à celle qui est nécessaire pour réduire le gaz à moitié de son volume. »

Un croquis nous montre, centrés sur le même axe, deux réservoirs cylindriques, un tube qui les réunit et un ajutage conique qui prolonge ce tube à l'intérieur d'un des réservoirs. A chacun de ces cylindres est relié un corps de pompe dans lequel un piston maintient constante la pression. Les réservoirs sont encore en communication par l'intermédiaire d'une pompe qui ramène le gaz à son point de départ, de façon à répéter ou à prolonger indéfiniment l'expérience.

Ainsi Carnot, qui mourut en 1832, avait tracé exactement le plan de l'expérience que Joule et W. Thomson exécutèrent en 1854 ([1]).

II. Ce qui avait amené Carnot à penser que la détente des gaz sans travail extérieur n'entraîne aucune variation de température, c'est une expérience dont il dit (*loc. cit.*, p. 91) : « M. Gay-Lussac a fait voir (dit-on) que si l'on mettait en communication entre eux deux récipients, l'un vide, l'autre plein d'air, la température s'élevait autant dans l'un qu'elle s'abaissait dans l'autre. » Les variations de température n'étaient, quand Gay-Lussac les lisait sur des thermomètres à alcool, que d'une fraction de degré; s'il s'était agi de la température réelle du gaz dans l'un et l'autre ballon, la différence de densité eût été très petite entre les deux masses, en équilibre de pression. Le retour à l'équilibre complet, par conductibilité calorifique, aurait bien ramené le gaz à la température initiale. Il n'en a pas fallu plus à R. Mayer pour tirer une conclusion.

([1]) On trouve également un programme très précis dans un paragraphe de l'*Extrait des Notes inédites de Sadi Carnot*, etc., p. 96.

Carnot est plus prudent. Il a calculé, dans les *Réflexions sur la puissance motrice du feu* [p. 53, 54 (29 de la réimpression de 1878)], la variation de température qu'entraîne pour l'air une réduction brusque de moitié de son volume. Il sait que, dans une détente parfaitement adiabatique du gaz, la différence de température qui devrait s'établir entre les deux ballons de Gay-Lussac atteindrait plusieurs dizaines de degrés. Dès lors les densités et les masses totales dans les deux ballons seraient notablement différentes et les variations de température en plus et en moins devraient l'être également pour que le retour à l'équilibre rendît au gaz sa température première. L'expérience de Gay-Lussac ne légitime donc aucune conclusion arrêtée [1]. A la différence de Mayer, Carnot n'en déduit de conséquences que sous forme conditionnelle et se préoccupe de les vérifier.

III. *Le calcul numérique de* E *était déjà fait dans les* Réflexions.

Carnot s'était proposé de vérifier que le rendement en travail d'une machine parfaite ne dépend que des températures des sources. Il lui fallait pour cela calculer les aires ΔW de cycles limités par deux segments d'isothermes t, $t + \Delta t$ très voisins et deux côtés à volume constant v, $v + \Delta v$. De plus il fallait connaître la quantité de chaleur ΔQ mise en jeu le long d'une des parties isothermes.

Pour l'air, il avait remarqué, dans les *Réflexions* [p. 43-46 (23-24)], que

---

(1) Gay-Lussac avait donné à son Mémoire le titre modeste de *Premier essai pour déterminer les variations de température qu'éprouvent les gaz en changeant de densité, et considérations sur leur capacité pour le calorique*. Il avait parfaitement remarqué l'influence perturbatrice des récipients et des thermomètres. Pour une pression initiale de 76^{cm} de mercure, les variations de température observées sur le thermomètre à alcool étaient notablement inégales; elles étaient presque décuplées avec le thermomètre à air.

Les *Procès-verbaux des séances de l'Académie, tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août* 1835, publiés par MM. les Secrétaires perpétuels, nous apprennent que le Mémoire de Gay-Lussac, lu dans la séance du 15 septembre 1806 (t. III, p. 423), fut examiné par Laplace, Delambre et Haüy. Ce dernier lisait, le 1er décembre, un Rapport étendu (p. 459).

Le travail fut publié dans le Tome I des *Mémoires de Physique et de Chimie de la Société d'Arcueil*, p. 180-205. Un résumé très succinct se trouve dans le Tome LXIV (1807), p. 324, des *Annales de Chimie*.

la chaleur de compression, à 6° (ou à 0°), à partir de la pression atmosphérique, était égale à la chaleur nécessaire pour élever la température de 1° sous pression constante, soit (d'après Delaroche et Bérard) 0,267, quand la variation relative de volume $\frac{\Delta v}{v}$ atteignait $\left(\frac{1}{116}+\frac{1}{267}\right)$. La première fraction était la valeur que Poisson avait calculée pour $-\frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)_{\text{adiab.}}$ en partant de la vitesse du son; la seconde était le coefficient de dilatation des gaz (d'après Gay-Lussac). Choisissant pour Δv la valeur ci-dessus; pour t, 0°; pour Δt, 0°,001, Carnot considérait un cycle dont l'aire était

$$\Delta W=\frac{\partial p}{\partial t}0{,}001\,\Delta v=\frac{p}{t}0{,}001\,\Delta v=\frac{p}{267}0{,}001\,\Delta v,$$

c'est-à-dire précisément, à une puissance près de 10, le quotient du travail de compression $p\Delta v$ par la chaleur correspondante à Δv, soit 0,267.

Carnot n'a donc eu qu'à jeter un coup d'œil sur la page 81 (44) des *Réflexions* pour transformer la valeur 0,000000372 de l'aire ΔW en 0,372, dont il a donné l'inverse approximatif 2,70.

R. Mayer écrit au contraire que l'excès $C-c$ de la chaleur spécifique à pression constante sur la chaleur spécifique à volume constant est l'équivalent du travail de dilatation sous pression constante dans une variation de température de 1°. A aucun moment, dans son calcul, Carnot ne considère cette différence. Poisson lui-même (*Procès-verbaux*, t. III, p. 563 et 594-597) avait calculé la fraction $\frac{1}{116}$ sans parler d'aucune quantité de chaleur [1].

IV. Une fois en possession du principe de l'équivalence, il n'est pas douteux que Carnot ait fait une remarque aujourd'hui classique et reconnu que le rendement à toute température d'un de ses cycles est, pour un gaz, et, par suite, pour un corps quelconque, le quotient de $E\,\Delta t$ par $267+t$. Des valeurs du rendement qu'il avait calculées dans le cas de l'eau et de l'alcool, il pouvait alors, par une simple multiplication, tirer celles de E :

476, 407, 408 (eau); 413 (alcool),

dont la moyenne se trouve être la valeur très approchée 426.

---

[1] Cf. Décombe, *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 268.

OPTIQUE. — *Sur l'absorption par les milieux troubles. Influence du diamètre et du nombre des particules.* Note [1] de MM. **Charles Chéneveau** et **René Audubert**, présentée par M. Lippmann.

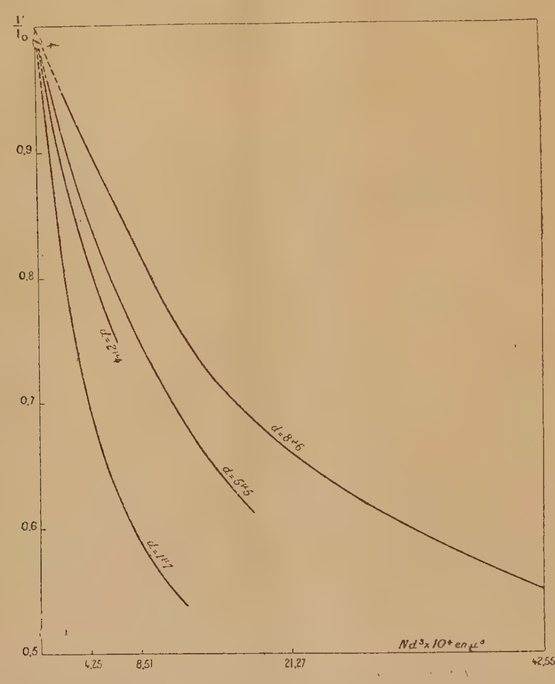
1. Lord Rayleigh a établi, en partant de la théorie de la diffraction, que la quantité de lumière I transmise par un milieu trouble constitué par des particules dont les dimensions sont petites par rapport à la longueur d'onde λ de la lumière incidente d'intensité I_0 était donnée par la relation $\frac{I}{I_0} = e^{-\frac{kNd^6}{\lambda^4}}$ pour une épaisseur unité, N étant le nombre de particules de diamètre d par unité de volume.

2. Nous avons étudié l'absorption par les milieux troubles dont les particules ont des dimensions supérieures à la longueur d'onde de la lumière incidente, en faisant varier systématiquement le nombre de particules et leur diamètre. Nos déterminations ont porté principalement sur des suspensions de gomme-gutte ou de mastic sélectionnées par centrifugation fractionnée (ce choix a été guidé par ce fait que les particules sont dans ce cas sphériques et transparentes); mais nous avons pu étendre nos résultats à des émulsions d'huile dans l'eau et d'eau dans l'huile, à des précipités très fins de chlorure d'argent et de sulfate de baryum et à des inclusions de sphérules liquides dans des résines solides. Les mesures d'absorption ont été effectuées à l'aide du spectrophotomètre Féry pour les longueurs d'onde $\lambda = 0^{\mu},644$ et $\lambda = 0^{\mu},498$; les numérations et les diamètres ont été déterminés au moyen du microscope.

3. Nous avons représenté nos résultats par des courbes en portant en ordonnées le rapport $\frac{I}{I_0}$ de l'intensité transmise à l'intensité initiale et en abscisses, soit le nombre N de particules, soit le diamètre d. Nous avons remarqué que ces courbes ne s'étageaient pas toujours par ordre de grandeur croissante de N ou de d. Nous avons été ainsi amenés à prendre comme variable indépendante le produit Nd^3 qui, à un facteur constant près, représente le volume total des particules ou leur masse totale : nous avons alors constaté que l'anomalie précédente disparaissait. Les courbes obtenues dans ces conditions sont indiquées, pour le mastic par exemple, dans la figure ci-après.

(1) Séance du 10 mars 1919.

Poursuivant notre idée de faire intervenir le volume des particules nous avons ensuite, après de nombreuses recherches, trouvé une relation entre



le rapport $\frac{I}{I_0}$ et les quantités $N d^3$. Si l'on porte, en effet, en abscisses les valeurs de $\log N d^3$ et en ordonnées les valeurs correspondantes de

$$\log\left[-\log\left(1-\frac{I}{I_0}\right)\right],$$

on obtient des droites

$$\log\left[-\log\left(1-\frac{I}{I_0}\right)\right]=\log K-\alpha \log N d^3.$$

Ces droites ont même coefficient angulaire pour la gomme-gutte et le mastic. De la même manière, nous avons reconnu que l'ordonnée à l'origine est liée au diamètre par la formule

$$\log K=\log A+\beta \log d,$$

En résumant tous ces résultats, on obtient alors la relation suivante :

$$1-\frac{I}{I_0}=e^{-\frac{A d^\beta}{(N d^3)^\alpha}}.$$

L'expérience montre que α est uniquement fonction de la longueur d'onde, que β dépend seulement de la nature de la particule et que A varie à la fois avec la longueur d'onde et la nature de la particule. La valeur de ces coefficients est, en évaluant N en nombre de particules par μ^3 et d en μ :

	α.		β.	A.	
	$\lambda = 0^{\mu},644$.	$0^{\mu},498$.		$\lambda = 0^{\mu},644$.	$0^{\mu},498$.
Mastic............	0,5	0,4	0,5	$1,8.10^{-2}$	$1,0.10^{-2}$
Gomme-gutte.....	0,5	0,4	1,0	1,1 »	0,6 »

Aux erreurs d'expérience près, les valeurs calculées par la formule précédente, valable seulement pour les particules dont le diamètre est supérieur à la longueur d'onde, sont identiques aux valeurs observées.

4. On peut se demander si, en la modifiant, la formule de Lord Rayleigh peut être appliquée aux grosses particules. En la remplaçant par une formule plus générale (¹)

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\frac{A}{\lambda^n}},$$

A étant une certaine fonction de N, de d et des propriétés optiques des particules et du milieu dans lequel elles sont en suspension, l'expérience montre, en effet, que l'on a pour une suspension déterminée la relation linéaire

$$\log\left(-\log\frac{I}{I_0}\right) = \log A + n\log\lambda.$$

D'autre part, dans les limites où nous nous sommes placés, nous avons trouvé que la fonction A était de la forme $A = KNd$, K étant un coefficient ne dépendant uniquement que des propriétés optiques des granules et du milieu intergranulaire.

Il est donc légitime d'appliquer aux suspensions à grosses particules une formule de la forme suivante, dérivant de celle de Lord Rayleigh :

$$1 - \frac{I}{I_0} = 1 - e^{-\frac{KNd}{\lambda^n}}.$$

5. En résumé, nous croyons pouvoir dire que, pour une longueur d'onde donnée, deux relations assez simples existent dans le cas de milieux à grosses particules entre l'absorption $1 - \frac{I}{I_0}$ et les propriétés physiques de la suspension, c'est-à-dire la grosseur des particules et leur nombre.

(¹) Boutaric, *Thèse de doctorat*, 1918.

PHYSIQUE. — *Sur les lois de l'écoulement des liquides par gouttes dans des tubes cylindriques.* Note de M. L. **Abonnenc**, présentée par M. J. Violle.

Dans une précédente Note j'ai indiqué les résultats relatifs à l'écoulement de l'eau dans des tubes cylindriques de faible diamètre extérieur. Ces résultats confirment ceux qu'a obtenus Vaillant avec des tubes cylindriques de plus grand diamètre.

Le poids p d'une goutte d'eau qui tombe à l'extrémité d'un tube cylindrique est une fonction parabolique de la fréquence de chute N, fonction de la forme

$$p = \alpha D + bN - \frac{c}{d} N^2.$$

Dans cette formule, D et d désignent les diamètres extérieur et intérieur du tube, α, b, c trois constantes positives. Les nombres b et c peuvent prendre une série de valeurs qui sont entre elles comme des puissances de 2 successives, 2, 2^2, 2^3, ... Si donc on désigne par β et γ deux valeurs particulières de b et c, on peut poser

$$b = m\beta, \qquad c = n\gamma;$$

m et n étant des puissances de 2, positives si β et γ représentent les plus petites valeurs de b et c.

Dans le cas de l'eau, en posant $m = 1$, $n = 1$ pour les tubes de diamètre extérieur D compris entre 1^{mm} et 2^{mm} environ, on a : $m = 2$, $n = 2$, pour les tubes où D varie entre 2^{mm} et 5^{mm}; $m = 4$, si D est compris entre 5^{mm} et 7^{mm}; avec $n = 4$, si d est assez grand (supérieur à 1^{mm} environ), $n = 8$, si d est petit.

J'ai, depuis, expérimenté sur des tubes de diamètre extérieur encore plus grand, supérieur à 8^{mm} et de diamètre intérieur faible (inférieur à 1^{mm}). Pour ces tubes, on a

$$m = 8, \qquad n = 16,$$

ce qui confirme la loi de variation de m et de n, par puissances de 2.

Pour les tubes qui correspondent à une même valeur de m, α est sensiblement constant; ce facteur diminue si m augmente :

$$m = 1, \qquad \alpha = 1720,$$
$$m = 2, \qquad \alpha = 1570,$$
$$m = 4, \qquad \alpha = 1410.$$

Les dernières mesures que j'ai faites, avec des tubes de diamètre extérieur supérieur à 8^{mm}, fournissent des valeurs de α oscillant autour de 1380. On peut donc ajouter au Tableau précédent

$$m = 8, \qquad \alpha = 1380.$$

Les lois de l'écoulement de l'eau dans un tube cylindrique se résument ainsi dans la formule

$$p = \alpha D + m\beta N - n\frac{\gamma}{d}N^2.$$

J'ai étendu les mesures faites à d'autres liquides (liquides purs et solutions) en opérant sur un grand nombre de tubes.

Comme dans le cas de l'eau, le poids des gouttes est une fonction parabolique de la fréquence de chute de la forme précitée, m et n variant comme les puissances successives de 2.

Il existe une relation remarquable entre les valeurs de α, β, γ relatives à deux liquides différents. Soient T la tension superficielle d'un liquide, η son coefficient de viscosité, ρ sa masse spécifique, les résultats expérimentaux permettent d'écrire, pour un même tube, $\alpha = AT$, A étant une constante indépendante du liquide, mais pouvant prendre des valeurs différentes selon les diverses catégories de tubes.

On a d'autre part, à un facteur constant près qui est une puissance de 2,

$$\beta = B\eta, \qquad \gamma = C\rho,$$

B et C étant deux constantes indépendantes du liquide.

On peut donc résumer les lois de l'écoulement des liquides dans des tubes cylindriques par la formule

$$p = ATD + mB\eta N - n\frac{C}{d}\rho N^2$$

A, B, C ayant les significations indiquées plus haut.

Dans le cas de l'eau et de tubes de diamètre extérieur faible, mais de diamètre intérieur relativement grand, j'ai signalé un phénomène intéressant de changement de régime, caractérisé par le fait que la courbe $p = f(N)$ se compose de plusieurs branches continues. On passe d'une branche à l'autre par variation brusque du poids des gouttes pour certaines valeurs de N. J'ai observé depuis ce même phénomène pour l'eau dans le cas de tubes de diamètre extérieur quelconque; et j'ai pu constater qu'il s'observe encore plus fréquemment avec certains liquides purs (benzine, acétone, etc.).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'écrouissage du plomb, de l'étain et du thallium.* Note de M. **Paul Nicolardot**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Hirn a fondé une méthode de détermination de l'équivalent mécanique de la chaleur sur l'écrasement d'un bloc de plomb parce que, suivant l'opinion générale, le plomb ne s'écrouit pas et aucune objection sérieuse n'a encore été soulevée contre une telle hypothèse.

M. Loutchinski a essayé de montrer que le plomb après trempe (de 270°, 250° et 150° à 0°) deviendrait plus dur; il a également constaté que le plomb fondu possède un coefficient magnétique dix fois plus grand que celui du plomb déformé mécaniquement (martelage ou tréfilage).

L'observation suivante de MM. Ewing et Rosenhain est très intéressante :

« Dans le plomb qui a été fortement pressé, la recristallisation se poursuit à toute température depuis celle d'une salle ordinaire jusqu'au point de fusion. »

Pour l'étain, M. Cohen a, le premier, attribué à l'écrouissage l'altération à la température ordinaire, de ce métal déformé mécaniquement (feuilles, fils, etc.) parce qu'au-dessous de 18°, dit-il, « l'étain écroui est métastable par rapport à l'étain non écroui et qu'au-dessous de 18°, il l'est aussi bien par rapport à l'étain non écroui qu'à l'étain gris ».

Cependant aucune mesure relative à l'écrouissage du plomb et de l'étain ne semble avoir été exécutée jusqu'ici; de même pour le thallium.

En réalité, ces trois métaux s'écrouissent et leur recuit, malgré sa rapidité, est soumis aux mêmes règles que celui des autres métaux. Pour mettre le phénomène en évidence d'une manière nette et le mesurer, il faut opérer extrêmement vite à cause de la rapidité avec laquelle ces métaux se recuisent à la température ordinaire. Dans tous mes essais, l'intervalle de temps s'écoulant entre le moment où le lingot de métal était écrasé sous le choc du mouton et celui où la première empreinte était formée, ne dépassait pas une dizaine de secondes. Le lingot employé avait la forme d'un cylindre de 13^{mm} de hauteur et 18^{mm} de diamètre. Par le choc du mouton, la hauteur du lingot était réduite à la moitié environ de sa grandeur primitive. Les empreintes étaient produites sur le lingot, avec une bille de 10^{mm} de diamètre, sous une charge constante de 10^{kg} et pendant 5 secondes. Elles étaient mesurées ensuite au microscope sous un grossissement de 44,5 diamètres. Par suite de l'inégalité de déformations, la dureté est différente à la périphérie et au centre du lingot. Les empreintes ont été prises vers

la périphérie. Ce sont les résultats mêmes de ces mesures agrandies, qui sont indiquées. La dureté ainsi mesurée est toujours inférieure à la dureté réelle du métal écroui, et cela pour deux raisons : échauffement du métal et commencement du recuit spontané.

Température.	Plomb		Thallium		Étain.	
	10°-13°.	17°.	16°.	17°.	16°.	17°.
Ecroui...........	50	56-53	77,8	77,9	46	46
2 minutes après...	63,5-63,0	70	81,9	86,8	»	»
4 » ...	60	79-80	82	88,8	»	»
6 » ...	62-65	80	»	»	»	»
10 » ...	64-63	»	84	89	»	»
30 » ...	»	»	85	90	48	49
60 » ...	»	»	87,7	90,8	50	55
4 heures après....	»	»	88,1	91,2	54	57
5 »	88	85	»	»	»	»
Recuit à 100°......	88	86	90,4	91,2	60	60

Il importe de montrer ici qu'il y a bien écrouissage suivi d'un recuit spontané extrêmement rapide. Si cette explication est exacte, la température doit intervenir pour retarder le recuit, si elle s'abaisse.

Les lingots, aussitôt après compression au mouton et prise d'une empreinte, ont été plongés dans la neige carbonique d'où ils ont été retirés à intervalles réguliers, pour marquer de nouvelles empreintes. Les résultats sont indiqués seulement pour le plomb et le thallium. Sous l'action du froid, l'étain écroui passe en partie à son état allotropique; le phénomène se complique alors.

	Plomb.	Thallium.
Écroui....................................	52	77
Après 3 heures dans la neige carbonique...	53	77
» 6 » ...	55	77
» 9 » ...	55	77
» 24 » ...	57	77

Le recuit spontané du plomb et du thallium n'a donc pas pu se produire parce que la température était trop basse. Si on laisse ces métaux se réchauffer, on obtient sur les mêmes échantillons, après les avoir retirés de la neige carbonique :

	Plomb.	Thallium.
2 minutes après	60	80
4 »	67	83
6 »	75	84
10 »	75	87
20 »	76	90
30 »	80	93
60 »	81	93
Recuit à 100°	85	94

Les petites modifications observées sur le plomb maintenu dans la neige carbonique tiennent à son recuit pendant la durée des essais. Si en effet, au lieu de retirer l'essai de temps à autre, pour y marquer des empreintes, on le laisse pendant 16 heures de suite, on retrouve la même empreinte (52, dans le cas de cet essai) qu'après l'avoir retiré du mouton.

En résumé, le plomb, le thallium et l'étain s'écrouissent. Ils se recuisent spontanément à la température ordinaire et d'autant plus vite que celle-ci est plus élevée.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'action des iodures alcooliques sur le phosphate neutre de sodium en solution aqueuse.* Note [1] de M. **Octave Bailly**, présentée par M. Charles Moureu.

H. King et L. Pyman [2], se basant sur l'analogie de la fonction acide des phosphates monoacides avec la fonction phénolique d'une part, et sur l'action bien connue des phénols sodés sur la monochlorhydrine de la glycérine en milieu aqueux d'autre part, ont eu l'idée de faire réagir, dans ce même milieu, la même chlorhydrine sur le phosphate trisodique, ce qui les conduisit à une élégante synthèse des α-glycérophosphates. Or, j'ai montré par la suite que la réaction de King et Pyman comportait un mécanisme particulier [3] permettant de supposer que les dérivés halo-

[1] Séance du 10 mars 1919.

[2] H. King et L. Pyman, *Trans. Ch. Soc.*, t. 105-106, 1914, p. 1238.

[3] Octave Bailly, *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 677. Il y a formation transitoire de glycide et de phosphate bisodique qui s'unissent ensuite l'un à l'autre :

$$PO(ONa)^3 + CH^2Cl - CH.OH - CH^2.OH = PO(ONa)^2.OH + CH^2 - \overset{\diagup O \diagdown}{CH} - CH^2.OH + NaCl,$$

$$PO(ONa)^2.OH + CH^2 - \overset{\diagup O \diagdown}{CH} - CH^2.OH = PO(ONa)^2O - C^3H^5(OH)^2.$$

génés dont l'halogène est situé au voisinage d'un oxhydrile alcoolique, seuls capables d'engendrer une fonction glycidique au contact des alcalis, étaient seuls susceptibles de réagir sur le phosphate trisodique pour donner naissance aux monoéthers orthophosphoriques correspondants. J'ai voulu voir s'il en était réellement ainsi, ou bien si l'action des dérivés halogénés sur le phosphate trisodique en liqueur aqueuse ne constituait pas une méthode plus générale de synthèse des acides monoalcoylorthophosphoriques. J'ai été ainsi amené à étudier l'action des dérivés halogénés gras sur PO^4Na^3. La présente Note a pour but d'exposer les résultats obtenus avec les iodures alcooliques.

J'ai constaté que, conformément à la seconde alternative ci-dessus, les iodures alcooliques réagissent sur le phosphate neutre de sodium en solution aqueuse avec formation notable du monoéther phosphorique correspondant, mais dans le cas des premiers termes de la série seulement :

$$PO(ONa)^3 + RI = PO(ONa)^2OR + NaI.$$

Les expériences ont porté sur les iodures de méthyle, d'éthyle, d'allyle, de propyle, d'isopropyle et d'isobutyle qu'on a fait réagir, en proportion équimoléculaire, sur le phosphate trisodique, en solution aqueuse demi-normale. On a opéré en vase clos, à la température de 60° avec les iodures de méthyle et d'allyle, et à la température de 100° avec les autres iodures. La proportion de monoéther phosphorique formée a atteint

Pour 100.		
73,55	avec	ICH^3,
50,64	»	IC^2H^5,
51,84	»	$ICH^2-CH:CH^2$,
39,20	»	$ICH^2-CH^2-CH^3$,
15,26	»	$ICH\langle{CH^3 \atop CH^3}$,
10,65	»	$ICH^2-CH\langle{CH^3 \atop CH^3}$.

On a effectué l'extraction du monoéther, après élimination du phosphate non combiné, à l'état de sel de calcium très peu soluble, même à froid. Les rendements en méthyl et en éthylphosphates de calcium, qui ont été respectivement de 62,5 et de 42,5 pour 100 par rapport aux corps réagissants, dépassent de beaucoup ceux fournis par la méthode de Cavalier (¹),

(¹) Cavalier, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 7ᵉ série, t. 18, 1899, p. 449.

seule méthode générale de préparation des monoéthers phosphoriques d'alcools monovalents bien étudiée, consistant dans l'action directe de l'anhydride phosphorique sur ces alcools.

Parmi les nombreux alcoylphosphates neutres alcalins et alcalino-terreux préparés au cours de ce travail, je citerai les suivants qui n'ont pas encore été décrits :

Désignation.	Formules.	Solubilités.
Méthylphosphate de strontium.....	$PO(O.Sr.O)O.CH^3 + H^2O$	1,24 pour 100 à 14°
Méthylphosphate de potassium.....	$PO(OK)^2O.CH^3$	toutes proportions
Méthylphosphate d'ammonium.....	$PO(O.AzH^4)^2O.CH^3$	toutes proportions
Méthylphosphate de sodium........	$PO(O.Na)^2O.CH^3 + 6H^2O$	52,12 pour 100 à 12°,5
Éthylphosphate de strontium	$PO(O.Sr.O)O.C^2H^5 + 2H^2O$	1,29 pour 100 à 20°
Éthylphosphate de sodium	$PO(O.Na)^2O.C^2H^5 + 3H^2O$	toutes proportions
Propylphosphate de calcium........	$PO(O.Ca.O)O.C^3H^7 + 2H^2O$	0,25 pour 100 à 18°,5
Propylphosphate de strontium......	$PO(O.Sr.O)O.C^3H^7 + 2H^2O$	1,96 pour 100 à 18°,5
Isopropylphosphate de calcium	$PO(O.Ca.O)O.CH\langle{}^{CH^3}_{CH^3} + 2H^2O$	0,09 pour 100 à 24°
Isopropylphosphate de strontium ...	$PO(O.Sr.O)O.CH\langle{}^{CH^3}_{CH^3} + 3H^2O$	0,40 pour 100 à 20°
Isopropylphosphate de sodium.....	$PO(O.Na)^2O.CH\langle{}^{CH^3}_{CH^3} + 2H^2O$	toutes proportions
Isobutylphosphate de calcium	$PO(O.Ca.O)O.CH^2 - CH\langle{}^{CH^3}_{CH^3} + 2H^2O$	0,19 pour 100 à 18°
Isobutylphosphate de strontium ...	$PO(O.Sr.O)O.CH^2 - CH\langle{}^{CH^3}_{CH^3} + 2H^2O$	0,89 pour 100 à 18°
Allylphosphate de strontium.......	$PO(O.Sr.O)O.CH^2 - CH:CH^2 + H^2O$	1,80 pour 100 à 20°

J'ajouterai enfin :

1° Qu'outre une quantité prépondérante de monoéther, il se forme toujours, dans l'action des iodures alcooliques sur le phosphate trisodique, une petite quantité de diéther monophosphorique :

$$PO(ONa)^3 + 2RI = PO(OR)^2ONa + 2NaI;$$

2° Que les composés obtenus sont bien des monoéthers phosphoriques (*alcoylphosphates*) et non des corps tautomères (*alcoylphosphinates*) dans lesquels le résidu alcoolique serait directement soudé au phosphore (analogie avec l'action des iodures alcooliques sur l'arsénite de sodium en liqueur aqueuse). En effet, ces composés sont hydrolysables avec régénération de l'acide phosphorique, et leurs coefficients d'hydrolyse se confondent avec ceux des monoéthers phosphoriques déterminés par J. Cavalier;

3° Qu'il résulte de la comparaison des chiffres figurant dans le Tableau ci-dessus et de ceux antérieurement déterminés par Pelouze (1) et par Cavalier (2), exprimant la solubilité des alcoylphosphates de baryum et de calcium, non mentionnés dans ce Tableau, que, d'*une façon générale*, la solubilité des alcoylphosphates alcalino-terreux dérivés d'alcools monovalents va en diminuant du sel de baryum au sel de calcium en passant par le sel de strontium. Alors que les sels de baryum sont notablement solubles, les sels de calcium sont presque insolubles.

GÉOLOGIE. — *Sur les anomalies magnétiques du bassin parisien.* Note de M. **R. Dubuisson**, présentée par M. Pierre Termier.

On sait que les trois éléments mesurables qui déterminent en chaque point du globe les forces agissant sur une aiguille aimantée, déclinaison D, inclinaison I, composante horizontale H, sont fonctions des coordonnées géographiques. M. Angot reprenant et complétant les travaux de M. Moureaux (voir *Annales du Bureau central météorologique*, 1898 et 1908) a montré qu'il était possible d'exprimer D, I et H par des formules de la forme $D = a + b\varphi + c\lambda + d\varphi^2 + e\varphi\lambda + f\lambda^2$, où φ et λ désignent la latitude et la longitude ; $a, b \ldots f$ des paramètres variant avec le temps.

Or, dans certaines régions, l'observation fournit pour D, I et H des valeurs notablement différentes des valeurs théoriques, avec un écart supérieur aux erreurs d'expériences. On est donc amené à supposer qu'il existe une *force perturbatrice*. M. Angot a calculé pour plus de 600 stations françaises les composantes de cette force. Il a de plus fait voir, à propos de la Bretagne, que, si l'on trace sur une carte en chaque station la composante horizontale, ces forces convergent vers une ligne qui constitue un *axe d'anomalie*.

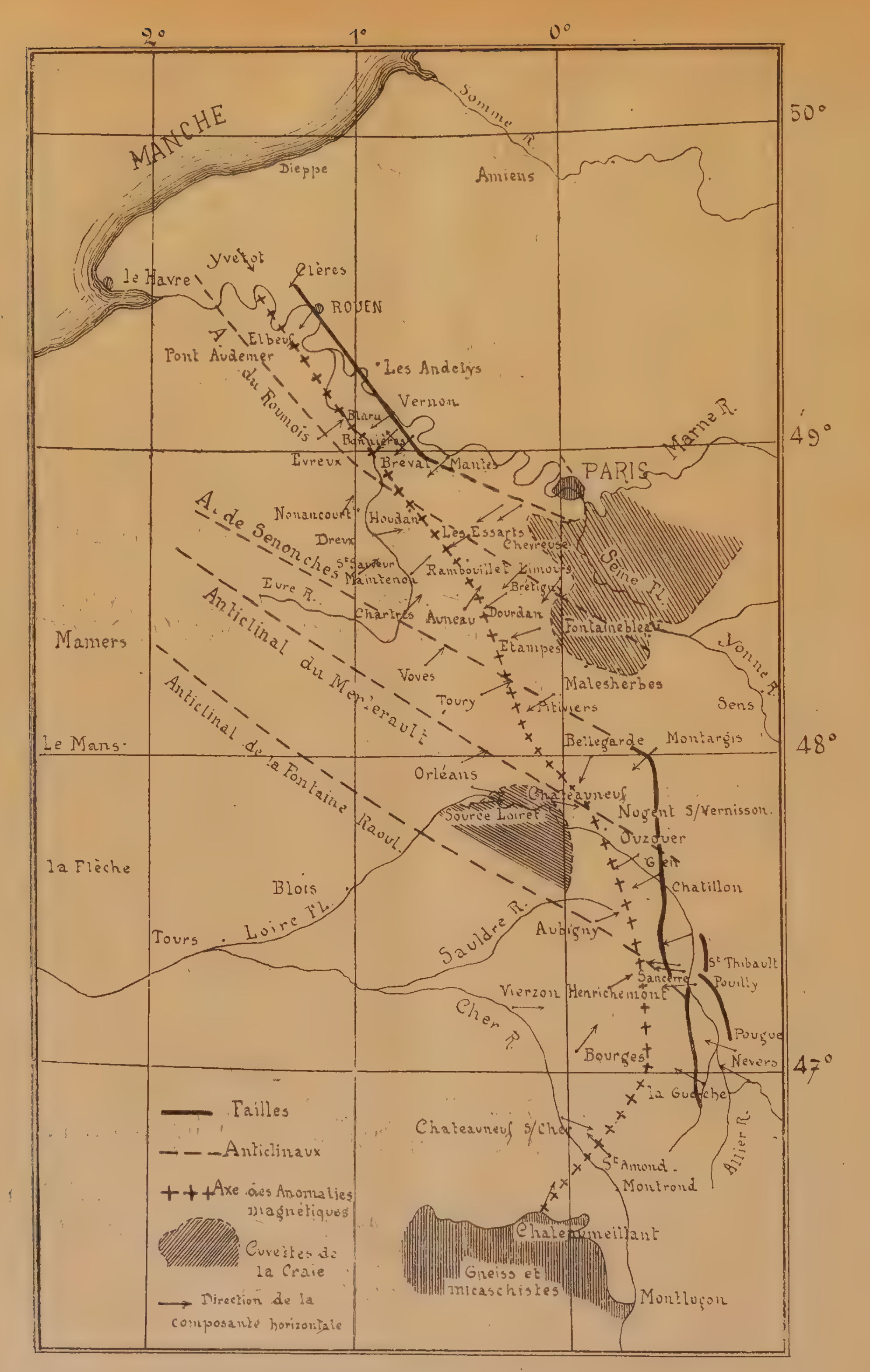
Il était intéressant d'appliquer la même méthode au bassin parisien, qui offre une anomalie magnétique des plus curieuses, et de rechercher s'il existe des relations entre ce phénomène et la tectonique du bassin.

Dès 1892, la question avait fait l'objet d'un intéressant échange de vues à la Société Géologique, entre MM. de Lapparent, Dollfus et Marcel Bertrand.

---

(1) Pelouze, *Ibid.*, 2e série, t. 2, 1833, p. 37.

(2) Cavalier, *loc. cit.*, et Cavalier et Prost, *Bull. Soc. chim.*, 3e série, t. 23, 1900, p. 678.


2°
1°
0°
50°
49°
48°
47°
MANCHE
Somme R.
Dieppe
Amiens
le Havre
Yvetot
Clères
ROUEN
Elbeuf
Pont Audemer
A. du Roumois
Les Andelys
Vernon
Blaru
Bonnières
Marne R.
Evreux
Breval
Mantes
PARIS
Nonancourt
Houdan
Dreux
Les Essarts
Chevreuse
A. de Senonches
St Sauveur
Maintenon
Rambouillet
Limours
Brétigny
Seine Fl.
Eure R.
Chartres
Auneau
Dourdan
Fontainebleau
Mamers
Anticlinal du Merlerault
Étampes
Yonne R.
Voves
Malesherbes
Toury
Pithiviers
Sens
Le Mans
Anticlinal de la Fontaine Raoul
Bellegarde
Montargis
Orléans
Chateauneuf
Nogent S/Vernisson
Source Loiret
Ouzouer
Gien
la Flèche
Chatillon
Blois
Aubigny
Sauldre R.
Tours
Loire Fl.
St Thibault
Sancerre
Pouilly
Vierzon
Henrichemont
Cher R.
Pougues
Bourges
Nevers
la Guerche
Allier R.
Failles
Anticlinaux
Axe des Anomalies magnétiques
Cuvettes de la Craie
Direction de la composante horizontale
Chateauneuf S/Cher
St Amand Montrond
Chateaumeillant
Gneiss et micaschistes
Montluçon

Mais, comme la position de l'axe des anomalies magnétiques n'était pas nettement déterminée à cette époque, il ne paraît pas inutile de la reprendre.

La carte ci-contre a été dressée suivant la méthode indiquée par M. Angot et d'après ses données numériques.

L'axe des anomalies magnétiques prend naissance au sud vers Châteaumeillant, en bordure des roches anciennes, décrit une large courbe devant La Guerche, Nevers, Pougues et entre dans le Sancerrois où il suit la vallée de la Sauldre dans sa partie Sud-Nord, franchit la Loire à Ozouer-sur-Loire, s'incurve vers l'Ouest, passe au sud de Bellegarde, présente un point d'inflexion et se dirige ensuite en ligne droite vers le Nord-Ouest par Rambouillet, Houdan, la Vallée de l'Eure, coupe la Seine entre Elbeuf et Rouen et se perd sur la côte de la Manche au delà d'Yvetot.

Au simple aspect de la carte, on est frappé du parallélisme qui se manifeste entre cet axe et les lignes de failles.

L'axe est parallèle, au Sud, au système de failles du Sancerrois et du Nivernais; au Nord, au pli faille de Rouen. Il s'ensuit qu'au Sud, il coupe obliquement les anticlinaux, mais qu'au Nord il devient parallèle à la direction générale des plissements.

A examiner de plus près les directions des forces perturbatrices et leurs grandeurs, deux faits apparaissent :

1° Quand l'axe magnétique coupe un anticlinal, il y a convergence des forces perturbatrices vers l'intersection et l'anomalie tend à devenir plus intense. Ce phénomène est particulièrement visible dans le Sancerrois à la traversée de l'anticlinal de la Fontaine Raoul, et à Aubigny à la traversée de l'anticlinal du Merlerault. A Pougues, Nevers, Cosne, Pouilly, la force perturbatrice est de 7 à 10 $\frac{1}{10000}$ de gauss. Elle atteint 29 à Sancerre, 35 à Henrichemont. Elle est de 16 à Aubigny contre 8 seulement à Châtillon-sur-Loire.

Plus au Nord, le phénomène est moins net parce que l'axe magnétique tend à devenir parallèle aux plis.

2° C'est dans le Sancerrois, région de soulèvement, que l'intensité de l'anomalie est maxima, et c'est dans l'Orléanais, zone d'ennoyage des plis, qu'elle est la plus faible. A Châteauneuf-sur-Loire, à Orléans, à la Source du Loiret, à Cercottes, la force perturbatrice est nulle ou presque nulle.

L'aire d'ennoyage passée, la perturbation reprend une valeur sensible de 10 à 15 $\frac{1}{10000}$ de gauss.

En résumé, il y a parallélisme entre l'axe des anomalies magnétiques et les failles. Mais celles-ci n'influent pas sur la perturbation elle-même, car

d'un même côté de l'axe, les déviations de l'aiguille aimantée sont concordantes, que l'on soit à droite ou à gauche d'une faille.

Il paraît exister une relation entre les plissements et l'intensité des forces perturbatrices, celles-ci se trouvant renforcées dans les dômes et les anticlinaux, affaiblies dans les aires d'ennoyage.

MÉTÉOROLOGIE. — *Périodicité des vagues atmosphériques.* Note (1) de M. **Joseph Lévine.** (Extrait.)

La méthode des dépressions ne permet à la Météorologie de remplir à peu près sa tâche principale, la prévision du temps, qu'au jour le jour, tandis que dans un domaine voisin, celui de la marée océanique, on est arrivé à faire la prévision, d'une façon extrêmement précise, aussi longtemps d'avance qu'on peut le désirer.

Ce résultat merveilleux a été obtenu grâce aux travaux de Newton, de Laplace, de lord Kelvin et de beaucoup d'autres savants, qui ont réussi à rattacher directement aux phénomènes cosmiques les données purement locales, sans que soit exigée la connaissance préalable de la forme du phénomène en plein océan.

Pour que la Météorologie puisse s'engager dans cette voie féconde, il est nécessaire de s'assurer d'abord que la pression, envisagée au point de vue purement local, est bien un phénomène périodique et, dans l'affirmative, de voir si cette période n'excède pas les limites de nos observations barométriques. Cette période est appelée à remplir auprès de la Météorologie le rôle dévolu au saros des Chaldéens pour la marée océanique, c'est-à-dire à former le cadre approximatif dans lequel on pourrait appliquer l'analyse harmonique.

J'ai tracé une courbe extrêmement intéressante à cet égard : c'est la courbe des minima barométriques annuels à Paris. Elle est en années civiles, sauf la partie qui va de 1753 à 1808 inclus, comptée en années météorologiques (2).

---

(1) Séance du 24 février 1919.

(2) On trouvera les minima des années antérieures à 1878 dans le Mémoire de Renou (*Annales du Bureau central météorologique*, t. I, 1880, p. B. 71 et 77), et les minima postérieurs à cette date dans les résumés du Parc Saint-Maur (t. II des *Annales*). Pour l'année courante, j'ai pris le minimum du 5 janvier.

Quoiqu'elle ne soit pas entièrement homogène, parce qu'il m'a été impossible de me procurer les observations textuelles du XVIIIe siècle, et que nombre d'observations anciennes soient douteuses, son allure générale montre bien que nous nous trouvons là devant une loi naturelle qui se manifeste par une période de 96 ans environ.



Cette période, qui dépend sans doute d'une autre beaucoup plus grande, est légèrement variable, comme beaucoup d'éléments astronomiques; en effet, elle paraît s'être raccourcie de 2 ans d'une révolution à l'autre. A son tour, elle se subdivise assez nettement en plusieurs sections, dont la première, qui nous intéresse particulièrement, correspond aux années 1724-1739, 1821-1836, 1916-1931 (?).

Mais, de même que le saros ramène des éclipses du Soleil et de la Lune de grandeur graduellement variable, allant même jusqu'à la disparition et l'apparition de nouvelles, les phénomènes météorologiques évoluent aussi; et le calcul harmonique s'impose.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur la prévision des grains orageux en Afrique occidentale.* Note de M. Henry Hubert.

On savait déjà [1] qu'en Afrique occidentale les grains orageux suivaient une trajectoire grossièrement orientée Est-Ouest et qu'ils se déplaçaient

---

[1] H. Hubert, *Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 1881.

avec une vitesse de l'ordre de 60^{km} à 75^{km} à l'heure. Mais du fait que la trajectoire était considérée comme n'étant pas rigoureusement constante et que le grain orageux semblait n'avoir souvent que des dimensions réduites, il paraissait difficile de prévoir avec quelque précision les points de passage successifs du météore.

En tant que Chef de la mission hydrologique au Sénégal, il m'a été possible d'obtenir des Commandants de cercle de cette colonie l'établissement de fiches relatives aux orages et aux pluies observés au cours de l'année 1918 dans un certain nombre de localités. Le dépouillement de ces fiches a permis de mettre en évidence un certain nombre de faits nouveaux; parmi ceux-ci il en est qui se rapportent à la prévision des grains orageux.

Bien que, pour un observateur isolé, la direction d'où viennent les grains soit loin d'être constante, on est en droit de considérer qu'au Sénégal tout au moins la direction *moyenne* est bien Est-Ouest. C'est en effet la plus fréquemment signalée et c'est la seule qui écarte les contradictions résultant soit d'erreurs personnelles, soit de changements de direction indiscutables, mais accidentels.

La vitesse *moyenne* de propagation, déduite des meilleures observations faites, est voisine de 60^{km} (58) à l'heure, avec des extrêmes de 44^{km} et 72^{km}. Il est à noter que le chiffre obtenu est celui donné pour l'Europe occidentale, fait qui paraît intéressant si l'on considère que dans l'Ouest-Africain les grains ont, comme en France, une direction moyenne constante (mais nécessairement de sens inverse) et si l'on admet, comme je suis porté à le faire, qu'ils sont véhiculés par le même courant aérien.

Durant la période d'hivernage où il n'y a que des pluies d'orage, les jours où l'on observe celles-ci se trouvent généralement séparés par des périodes de calme. Si l'on choisit l'un de ces jours on voit que non pas une, mais plusieurs stations signalent à la fois des orages. Or, si, conformément aux données de l'observation, on reporte sur une série de cartes de la colonie, à raison d'une carte pour chaque quart d'heure, par exemple, la position des orages observés (position déduite de la vitesse et de la trajectoire moyennes), on constate que ces orages se groupent dans une période relativement courte et qu'ils débutent vers le même moment pour toutes les stations situées sur le même méridien.

Bien que ces orages simultanés soient souvent indépendants, même quand ils sont assez voisins les uns des autres, leur ensemble forme cependant un tout qui est à proprement parler un grain orageux, et cela est si vrai que, lorsque deux orages simultanés sont observés l'un au nord, l'autre au sud

d'une zone de calme très étendue, l'heure du passage dans cette zone de la ligne qui joint la partie frontale des deux orages est marquée par un crochet de grain. D'ailleurs le groupement des orages et leur déplacement en bloc se trouvent confirmés d'une façon saisissante dès qu'on projette, cinématographiquement, la succession des cartes établies suivant les données précédentes ([1]).

Les faits dont il vient d'être question sont susceptibles d'être généralisés pour l'ensemble d'un hivernage et toutes les probabilités sont pour qu'ils soient applicables aux régions de l'Ouest-Africain autres que le Sénégal.

Ceci étant, comme, du fait du groupement des orages, la longueur de la ligne de grain se trouve dépasser fréquemment la centaine de kilomètres, au lieu de quelques kilomètres qu'on était tenté de lui attribuer ([2]), la prévision du passage du météore en un point déterminé ne devient plus aléatoire comme elle paraissait l'être jusqu'ici. Comme, de plus, les recherches entreprises ont montré que la distance parcourue par un grain a généralement plusieurs centaines de kilomètres ([3]), il serait aisé, et peu coûteux, d'établir un service de prévisions des grains orageux fonctionnant au moins pour certaines localités, comme Dakar, par exemple, où les effets mécaniques de ceux-ci peuvent être à redouter (soit pour l'aviation, soit pour les services maritimes). Pour Dakar, notamment, il serait possible, dans la majorité des cas, d'annoncer, une dizaine d'heures à l'avance, le moment du passage probable d'une ligne de grain et les dimensions approximatives du nuage de grain. Mais, comme les phénomènes mécaniques et pluviométriques du grain sont essentiellement discontinus et se modifient à chaque instant, on ne peut prétendre pouvoir prédire, à aussi lointaine échéance, que le passage au-dessus d'une localité déterminée se traduira nécessairement par une rafale ou une averse. Par contre, il sera généralement possible de l'annoncer 2 heures à l'avance, ce qui, dans la pratique, est largement suffisant, puisqu'on aura déjà été prévenu 8 heures plutôt de l'arrivée prochaine du météore.

En raison des applications immédiates auxquelles peuvent donner lieu les

---

([1]) Ce procédé montre bien que la conception du groupement en un bloc de plusieurs orages simultanés paraissant indépendants n'est pas une simple vue de l'esprit car, au cours de la progression de l'ensemble, on observe soit la réunion de deux orages distincts, soit le dédoublement d'un orage isolé.

([2]) Le chiffre de 400^{km} a été dépassé à plusieurs reprises.

([3]) On peut souvent compter sur un millier de kilomètres.

recherches entreprises au Sénégal, je crois désirable qu'elles soient continuées et appliquées à l'ensemble de l'Afrique-Occidentale française. En les étendant seulement aux régions habitées par des sédentaires, on arriverait déjà à connaître la répartition des grains sur une surface 10 fois supérieure à celle du Sénégal. On pourrait aussi sans doute mettre mieux en évidence le rythme suivant lequel les grains orageux paraissent se succéder dans l'Ouest-Africain.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur un appareil destiné à l'étude de la formation et de la persistance des brouillards.* Note de MM. **A. Trillat** et **M. Fouassier**, présentée par M. J. Violle.

La condensation de l'humidité de l'air sous forme de brouillard ne dépend pas seulement de la quantité de vapeur d'eau et des variations brusques de la température : elle est soumise à l'influence d'autres facteurs parmi lesquels la présence de particules solides, liquides ou ionisées semble jouer un rôle capital. L'influence de ces facteurs a été étudiée principalement par Coulier, Mascart, Aitken, C.-T.-R. Wilson et Langevin. Rappelons que Coulier imagina dès 1875 un appareil très simple pour montrer l'action des fumées sur la condensation de la vapeur d'eau sous forme de brouillard, et que l'ingénieux « compte-poussières » d'Aitken a fourni des données intéressantes sur le nombre de germes de condensation existant dans l'air.

Au cours de travaux entrepris, pendant la guerre, sur les nuages artificiels, nous avons été amenés à étudier les conditions atmosphériques les plus propices à la formation et à la tenue de ces nuages, en même temps que le rôle de diverses particules en suspension dans l'atmosphère.

La construction de l'appareil que nous avons établi et qui répond à ce double but repose sur les principes suivants que nous avons vérifiés expérimentalement :

1° L'aptitude plus ou moins grande d'une masse d'air calme, dont on connaît la température, la pression et le degré hygrométrique, à former un brouillard, dépend surtout de la présence plus ou moins persistante de particules solides ou liquides en suspension dans l'atmosphère ;

2° La détente nécessaire, pour provoquer l'apparition du brouillard pour une espèce de particules déterminées, est d'autant plus faible que le nombre de particules actives dans l'air examiné est plus grand.

Description et usage de l'appareil. — I. L'appareil se compose d'un ballon de verre, de 10^l de capacité, muni de deux tubulures latérales de 1^m de longueur sur 5^{cm} de diamètre, disposées horizontalement dans le prolongement l'une de l'autre. L'une de ces tubulures est fermée par un oculaire permettant d'observer un disque noirci formant l'extrémité du deuxième tube. Le col du ballon est fermé par un bouchon à deux ouvertures. L'une d'elles est traversée par un tube muni d'un robinet permettant de rétablir la pression atmosphérique dans le ballon ou d'y introduire les germes de condensation à étudier. La seconde ouverture, munie d'un tube en T, met l'intérieur du ballon en communication, d'une part, avec une poire en caoutchouc à double effet, d'autre part, avec un manomètre à colonne de mercure muni d'un viseur.

Pour étudier les qualités de l'atmosphère d'une région déterminée, on expurge d'abord plusieurs fois l'air du ballon par aspiration de l'air ambiant non filtré. On ferme le robinet adjacent, et à l'aide de la poire, on produit une surpression de quelques millimètres, que l'on note. On rétablit brusquement la pression atmosphérique; et l'on observe si, pour cette détente, l'apparition du brouillard s'est produite, ce dont on se rend facilement compte par la disparition partielle ou totale du disque noir. On recommence l'opération, en ayant soin de renouveler chaque fois l'air du ballon, jusqu'à ce que ce résultat soit atteint; le degré d'aptitude de l'air à former le brouillard est mesuré par le manomètre. De détentes égales ou inférieures à 1^{mm} on peut conclure que l'air du ballon, et par suite l'air extérieur, est très favorable à la condensation de l'humidité sous forme de brouillard.

C'est le cas par exemple d'un air renfermant des particules très actives et saturé d'humidité. Par une manœuvre analogue on évaluera la persistance du brouillard.

II. L'appareil permet en outre d'étudier séparément les influences exercées sur la condensation de l'humidité de l'air par la nature des poussières en suspension. On sait que l'atmosphère renferme d'innombrables corpuscules de dimensions très variables et qui peuvent être de l'ordre de $\frac{1}{100}$ de μ, invisibles par conséquent à moins d'être, accidentellement, en grandes masses. Ils peuvent être d'origine minérale (Tissandier), végétale ou organique (Pasteur). Leur examen montre qu'ils se comportent très différemment suivant leur origine : les uns jouent le rôle de noyaux de condensation très actifs, provoquant la condensation de l'humidité dans un air très éloigné de la saturation; d'autres n'agissent que dans le voisinage de celle-ci; d'autres enfin sont dépourvus de toute activité.

En attendant les résultats d'une étude plus complète, nous pouvons résumer ainsi les premières observations faites avec notre appareil et qui confirment en les complétant celles des auteurs ci-dessus cités.

Les fumées provenant de la combustion du charbon, des produits végétaux et surtout des produits animaux, sont douées d'une grande activité. Toutefois, d'après nos essais, on doit attribuer une partie de cette activité

aux produits gazeux qui accompagnent ces fumées et qui sont plus ou moins ionisés. Les sels ammoniacaux, le chlorure de magnésium, les émanations d'acides minéraux jouissent à un très haut degré de la propriété de condenser l'humidité de l'air sous forme de brouillard. Les poussières solides qui proviennent de calcaires, de silicates et de l'oxyde de fer et qui constituent la majeure partie du sédiment aérien, sont moins actives et forment des brouillards moins persistants. Quant aux microorganismes, nous avons déjà signalé qu'ils étaient susceptibles de condenser l'humidité sous forme de nuages microbiens ([1]).

Parmi les poussières plus ou moins actives que nous avons examinées, les unes sont solubles dans l'humidité qu'elles retiennent, d'autres sont insolubles. Les premières nous ont spécialement fourni des brouillards plus persistants que les seconds. Peut-être ces résultats expliquent-ils la différence que l'on observe parfois entre la tenue des brouillards des villes et celle des brouillards des champs.

Malgré son imperfection du début, nous pensons que cet appareil, qui repose sur le principe de celui de Coulier, mais dont la destination est différente, peut être utilisé dans les stations météorologiques, les camps d'aviation, etc. à l'effet de se renseigner sur l'aptitude plus ou moins grande d'un air à former un brouillard et de mesurer le degré de persistance de ce brouillard.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *La variation diurne du courant électrique vertical de la Terre à l'air* (observations faites à Jersey). Note de M. **Marc Dechevrens**, présentée par M. Branly.

La dispersion continue dans l'air de l'électricité négative du sol n'aura chance d'une solution que lorsqu'on saura le moyen de connaître et d'enregistrer toutes les variations de ce phénomène, en particulier sa variation diurne. Jusqu'ici ce qu'on en pouvait connaître se déduisait, avec assez d'incertitude encore, de deux observations longues et délicates portant sur le degré de conductibilité de l'air et sur son potentiel électrique.

Si j'interprète correctement des observations que j'ai faites à Jersey (archipel anglo-normand de la Manche), il est facile de mesurer instanta-

([1]) *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1441.

nément et d'enregistrer par la photographie les plus minutieuses variations du courant électrique vertical qui va de la Terre à l'atmosphère.

Ce courant ne peut manquer d'être actif le long d'un bon paratonnerre. Si l'on pouvait y intercaler un galvanomètre, ses moindres variations seraient dévoilées. Dans ce but, j'ai utilisé la Tour d'acier de 55^m qui fait partie de l'Observatoire Saint-Louis, à Jersey, et où les observations anémométriques ont été interrompues dès le début de la guerre.

Posée et rivée sur quatre massifs de granit par de gros boulons qui les traversent sur $4^m,5$ de profondeur, cette longue charpente métallique est déjà en contact électrique avec la terre; je m'en suis assuré. Mais, pour plus de sûreté, on lui a annexé deux plaques épaisses de cuivre rouge de 1^{m^2} enterrées à son pied, à une vingtaine de mètres l'une de l'autre. Au cours des expérimentations présentes, j'ai été amené à sectionner les larges bandes de cuivre qui rattachaient les plaques à la base de la Tour. Ainsi séparées et mises en circuit par la terre au travers d'un voltmètre, les deux plaques de cuivre rouge n'ont accusé l'existence que d'une très faible force électromotrice d'un centième de volt au plus. Pratiquement, ces deux prises de terre sont neutres entre elles et n'engendrent pas de courant électrique par contact avec la terre humide; c'était important à mon point de vue.

Voici maintenant comment je pense avoir capté le courant électrique vertical qui s'élève le long de la Tour. L'une des deux plaques de cuivre a été remise en liaison avec le pied de la Tour; l'autre, par l'intermédiaire d'un fil sous plomb et sous terre, a été rattachée à la borne positive (+) d'un galvanomètre enregistreur; enfin de la borne négative (—) j'ai fait partir un fil isolé qui a été élevé le long de la Tour et fixé à son plus haut sommet.

Dans ces conditions, le galvanomètre accuse un voltage 15 à 20 fois supérieur à celui qu'avaient montré les deux plaques seules. Le courant qui apparaît ici ne vient donc pas d'elles, mais bien de l'admission de la Tour entre elles. Du moment que leurs actions séparées sur cette Tour se neutralisent, on ne peut que conclure, me semble-t-il, que le courant électrique qui traverse le galvanomètre pour monter au sommet est le courant vertical de dispersion de l'électricité négative du sol qui a pris les deux voies qui lui sont ouvertes vers l'atmosphère, par ce fil et par la Tour.

J'ai mis ce courant en observation et j'en ai photographié les variations. Voici sa variation diurne moyenne pour un certain nombre de journées non troublées, de juin à novembre 1918 :

Variation horaire du courant électrique vertical négatif à Jersey.
(L'unité : 0,0001 volt.)

Heures.	Juin, 15 jours.	Juillet, 10 jours.	Août, 13 jours.	Septembre, 4 jours.	Octobre, 3 jours.	Novembre, 10 jours.	Moyennes, 55 journées.
Minuit....	— 47	— 60	— 66	— 50	— 37	— 38	— 49,7
1h.......	— 54	— 77	— 81	— 66	— 42	— 48	— 60,3
2........	— 67	— 88	— 94	— 65	— 44	— 57	— 69,2
3........	— 85	—101	—107	— 71	— 46	— 62	— 78,7
4........	—101	—115	—121	— 81	— 46	— 69	— 88,8
5........	—106	—126	—132	— 92	— 45	— 78	— 96,5
6........	— 98	—124	—134	— 95	— 41	— 84	— 96,0
7........	— 77	—106	—121	— 82	— 34	— 82	— 83,7
8........	— 49	— 73	— 89	— 56	— 21	— 69	— 59,5
9........	— 19	— 33	— 42	— 26	— 5	— 43	— 28,0
10........	10	8	10	0	12	— 8	5,3
11........	39	44	58	22	24	29	36,0
Midi......	63	72	95	44	43	63	63,3
13h.......	80	95	120	71	54	89	84,8
14........	91	110	135	101	61	106	100,7
15........	95	118	142	120	61	109	107,5
16........	96	118	140	121	56	98	104,8
17........	94	113	129	102	46	77	93,5
18........	85	102	106	73	33	52	75,2
19........	67	85	76	44	19	30	53,5
20........	38	59	41	22	5	14	29,8
21........	5	27	7	4	— 8	2	6,2
22........	— 22	— 8	— 24	— 15	— 19	— 10	— 16,3
23........	— 39	— 39	— 48	— 34	— 29	— 23	— 35,3
Moyen voltage....	0,1534	0,1478	0,1401	0,1405	0,1574	0,1672	0,15007

Ce phénomène météorologique se rapproche notablement, et cela se conçoit, de la variation diurne du potentiel électrique de l'air par son minimum du matin et son maximum de l'après-midi. Il s'éloigne énormément, par contre, de celle du courant horizontal tellurique qui affecte la forme d'une marée électrique.

Un fait confirme ma conclusion qu'il s'agit du courant vertical de dis-

(1) *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 108.

persion de la charge négative de la Terre, c'est que ce courant vertical ne semble connaître qu'une seule cause de trouble, la pluie. Au Congrès international de Physique de Paris, en 1900, Exner disait qu'en général on peut avancer que des charges négatives accompagnent plus souvent les météores aqueux et que par eux la Terre recevait en somme de l'électricité négative. Depuis que j'enregistre le courant de la Tour de Jersey il n'est pas de pluie, petite ou grande, graduelle ou instantanée, qui n'ait marqué son influence par un accroissement simultané du voltage. De là le petit nombre de journées sans trouble indiqué ci-dessus dans plusieurs mois de la période d'observations.

Notons encore le fait suivant. Les perturbations électromagnétiques d'origine cosmique, qui troublent si puissamment le courant horizontal tellurique, sont sans influence sur le courant vertical de dispersion dans l'air, quand les deux électrodes qu'on annexe à la Tour et au galvanomètre sont bien neutres l'une par rapport à l'autre. Si cette neutralité n'est pas préservée, surtout si l'électrode attachée au galvanomètre est *négative*, l'autre et la Tour devenant positives, tout est transformé. Non seulement la variation diurne enregistrée est *renversée* dans ses phases, mais elle participe à la double oscillation variable du courant horizontal et à toutes les perturbations grandes ou petites provenant des troubles de la photosphère solaire. La raison d'un changement si radical est toute dans l'existence d'un courant souterrain entre les deux électrodes qui ne sont plus neutres : ce courant participe à toutes les vicissitudes du courant horizontal tellurique.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Sur quelques propriétés optiques des émulsions bactériennes*. Note de M. **Fred Vlès**, présentée par M. Y. Delage.

Les méthodes de dosage usuelles des bactéries (numération directe en cellule quadrillée, numération indirecte par rapport à une émulsion sanguine étalonnée, poids sec d'un culot de centrifugation, etc.), sont minutieuses et longues, et difficilement applicables à des problèmes semi-industriels, comme la production en grande quantité d'émulsions bactériennes destinées à des vaccins; aussi quelques auteurs ont-ils, en pareils cas, fait appel à des méthodes plus rapides fondées sur l'observation des pertes que subit la lumière en traversant l'émulsion considérée (diaphanoscopie, opacimétrie, etc. : Dreyer, Douglas, Vlès, Gosio, etc.). La plupart de ces procédés ont été empiriques, et aucune étude de la théorie des phéno-

mènes n'a encore été donnée, malgré tout l'intérêt qu'on aurait eu à savoir jusqu'à quel point peuvent être égales deux émulsions bactériennes de même opacité.

Nous avons effectué à cette intention une série de recherches, d'abord au spectrophotomètre, ensuite au moyen d'*opacimètres* (sortes de photomètres monochromatiques construits pour le dosage courant des émulsions bactériennes) sur des émulsions de diverses bactéries vivantes, et principalement de bacilles typhiques, récoltées dans l'eau à partir de cultures sur gélose.

I. L'ensemble des pertes que subit un faisceau lumineux traversant une émulsion bactérienne brute relève d'un complexe de phénomènes qu'on peut diviser en deux groupes : (*a*) *Des phénomènes indépendants des bactéries elles-mêmes*, et reliés principalement aux propriétés propres du liquide interbacillaire, chargé de matières colorantes empruntées aux milieux de culture et de matériaux colloïdaux divers. L'étude spectrale des matières colorantes des milieux de culture usuels nous a montré que ces matières absorbent principalement les courtes radiations du spectre visible et doivent renforcer de ce côté les pertes dans le complexe; la comparaison des courbes spectrophotométriques d'émulsions de bacilles bruts et d'émulsions de bacilles lavés par centrifugation corrobore cette hypothèse. Une mesure diaphanométrique en lumière blanche, procédé pratique de beaucoup d'auteurs, est donc exposée à des erreurs fortuites assez considérables tenant à l'intervention de ces facteurs contingents des milieux de culture; au contraire, leur influence peut être fortement diminuée en restreignant les radiations employées à la plage spectrale d'absorption minima de ces milieux; c'est ce que nous avons réalisé dans nos opacimètres.

(*b*) *Des phénomènes dépendant des bactéries elles-mêmes*. L'étude spectrophotométrique d'émulsions de bactéries non chromogènes (B. typhique) vivantes et lavées, montre qu'elles ne possèdent pas de bandes d'absorption nettement différenciées : l'élimination fondamentale croît d'une façon à peu près continue et progressive vers les courtes longueurs d'onde. Quelle est la nature de cette élimination? Les valeurs numériques trouvées ne s'accordent pas avec une loi exponentielle du type de celle de Beer-Lambert; dans la limite des concentrations où nous avons pu expérimenter (grossièrement de 5 à 25 milliards de bactéries par centimètre cube) elles ne répondent pas davantage à la loi de lord Rayleigh pour les « milieux troubles », même si l'on fait subir à celles-ci les corrections qu'a indiquées

Boutaric pour le cas de grosses particules. Nous avons vraisemblablement affaire à un mélange de phénomènes très divers (réfraction, etc.) venant se greffer sur la diffraction ([1]). Des formules empiriques permettent de représenter en première approximation l'élimination des radiations, à longueur d'onde constante, par une expression de la forme $\frac{I}{I_0} = Kc^{-1} + R$ (c = concentration), les constantes K et R étant des fonctions linéaires de la longueur d'onde λ telles qu'on doit avoir, comme phénomène principal à concentration constante, $\frac{I}{I_0} = \alpha\lambda + \beta$. Autour de cette droite fondamentale, un certain nombre de phénomènes secondaires, tenant peut-être au liquide interbactérien, créent des irrégularités, surtout importantes aux courts λ, peu nombreuses pour les bacilles lavés, plus accentuées pour les émulsions brutes, très complexes dans des émulsions vaccinales partiellement bactériolysées.

II. L'étude de l'élimination bactérienne au moyen d'opacimètres à radiations sélectionnées (plage spectrale sur λ 620 environ, région où le liquide interbacillaire avait son absorption minima) ([2]) conduit à quelques notions importantes sur les relations entre la transmission d'une émulsion bactérienne et les caractéristiques de ses éléments. *La transmission paraît liée assez directement à la quantité de substance présente dans l'émulsion.* On a en effet sensiblement $\frac{I}{I_0} = ep^{-1} + f$, p étant *le poids sec de bactéries* par centimètre cube d'émulsion (bactéries lavées par centrifugation, puis desséchées à poids constant), e et f des constantes dépendant de certaines conditions expérimentales, et peut-être de la spécificité bactérienne. Une seconde relation peut être mise en évidence avec *les dimensions des éléments* de l'émulsion; si n est le nombre des bactéries par centimètre cube, v le volume moyen de ces bactéries (déterminé approximativement en assimilant la bactérie à son cylindre inscrivant), on a

$$\frac{I}{I_0} = (An^{-1} + B)(Cv^{-1} + D).$$

([1]) Il faut noter que nous sommes ici dans un cas très particulier, où la concentration de l'émulsion lui donne une opacité considérable : une émulsion d'une vingtaine de milliards de bacilles typhiques par centimètre cube, sur 3^{cm} d'épaisseur, possède une opacité de l'ordre de celle de quatre feuilles de papier à lettre superposées.

([2]) VINCENT et MURATET, *La fièvre typhoïde*, Paris, Masson, 1re éd., 1916, p. 256; 2e éd., 1917, p. 242.

Cette expression à deux termes se compensant fait penser au théorème de Bridge. Il est curieux de constater, par des expériences sur des bacilles autres que les typhiques, que les constantes de la formule précédente sont peut-être indépendantes de l'espèce. Il y a donc, à transmission égale, une compensation possible, entre les dimensions des éléments et leur nombre, dans une sorte de quantum différant assez peu (tout au moins dans les limites de nos expériences) d'une fonction simple de la quantité de substance nv. La même expression rend compte de l'élimination par des émulsions d'éléments beaucoup plus gros (*hématies* de chien, de mouton)[1]. Quant au rôle optique de la répartition des éléments dans l'émulsion, une étude de sarcines à éléments groupés et d'émulsions en évolution d'agglutination (tant que les bactéries sont réparties dans toute la masse du liquide) n'a pas montré que le groupement ait une influence sensible sur la transmission, tout se passant comme si les éléments du groupe conservaient leur individualité.

Les conséquences pratiques de ces recherches sont que l'on peut tirer d'une mesure de transmission lumineuse à travers une émulsion bactérienne, une notion approchée sur la quantité de substance bactérienne présente dans l'émulsion, à condition de se donner un certain nombre de limites expérimentales, et en particulier de restreindre la mesure à des radiations peu affectées par les propriétés du liquide interbactérien.

BACTÉRIOLOGIE. — *De la pathogénie du choléra. Le gastro-entérotropisme des vibrions.* Note de M. G. Sanarelli, présentée par M. E. Roux.

Au cours de mes recherches sur le choléra, j'ai été amené à étudier l'endotoxine des vibrions cholériques. En faisant agir sur ces derniers pendant 24 heures, à 37° C., une dilution de pancréatine (1 pour 100), en milieu légèrement alcalin (1 pour 1000 de carbonate de soude), additionné de quelques gouttes de toluène, leur enveloppe seulement est atteinte. Le protéide, représentant le corps microbien non digéré, reste en suspension colloïdale dans le liquide et garde intacts son pouvoir antigène et sa toxicité. On s'en assure en l'injectant dans la veine du lapin ou du cobaye. La dose minima mortelle de cette liqueur correspond à la dose minima mortelle de vibrions vivants.

---

(1) Il ne serait donc pas impossible de fonder une méthode rapide de dosage des hématies sur un procédé opacimétrique.

La voie péritonéale ne se prête guère à ce dosage, car par le péritoine l'absorption du protéide en question, ainsi que l'absorption de vibrions chauffés est beaucoup plus lente. Il s'ensuit que pour tuer un cobaye ou un lapin par injection péritonéale, il faut une dose plusieurs fois plus forte d'endotoxine ou de vibrions chauffés que la dose minima mortelle d'une culture vivante de vibrions.

D'autre part, en constatant que les lésions provoquées par ce protéide sur la muqueuse gastro-entérique, chez le cobaye particulièrement, sont identiques aux lésions qui déterminent la mort des animaux injectés avec les vibrions chauffés, j'ai été conduit à rechercher s'il ne fallait pas rattacher à de semblables lésions du tube digestif, la mort des animaux tués par une injection de vibrions vivants. Les auteurs qui se sont occupés jusqu'ici de cette question, l'ont attribuée, par contre, au processus péritonéal.

Dans une Note antérieure ([1]), j'ai fait remarquer chez les cobayes qui ont reçu dans le péritoine une dose mortelle de vibrions vivants, que l'infection péritonéale est jugulée au moment de leur mort et qu'il faut, par conséquent, rechercher la cause de celle-ci en dehors de ce processus péritonéal. C'est ce que je fais dans la présente Note, en me basant sur les faits consignés plus haut et dans la Note précédente. Les voici, en résumé :

Les vibrions injectés dans le péritoine se déversent rapidement dans la circulation générale, à travers les capillaires lymphatiques de l'épiploon. Dans le sang, ils ne s'arrêtent non plus longuement : ils y déterminent une vibrionémie plus ou moins intense, mais passagère. Leur point d'attraction est le tube digestif. Ils y parviennent, en effet, promptement et en très grand nombre si la dose injectée est massive, en provoquant dans les parois intestinales un processus flogistique très grave.

Ces cobayes ne meurent donc de péritonite pas plus que d'une intoxication ou d'une infection générale. Ils meurent d'une gastro-entérite très aiguë, causée par l'accumulation de vibrions dans les parois du tube digestif.

Lorsque le processus morbide a une évolution moins rapide, les vibrions abandonnent entièrement, non seulement la cavité péritonéale, mais encore la circulation, pour se cantonner et se multiplier uniquement dans les parois digestives.

Dans ce cas, à l'autopsie, on trouve un tableau anatomique et bactériologique identique au tableau nosographique du choléra typique de l'homme.

([1]) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 69.

Il est à remarquer toutefois que le nombre plus ou moins grand de vibrions répandus dans les différents segments du tube digestif n'est pas proportionnel avec leur état diarrhéique plus ou moins accusé.

La gravité de la gastro-entérite et son issue sont, par conséquent, sous la dépendance de la quantité de vibrions qui parviennent à franchir la barrière épiploïque ainsi que du pouvoir toxique qu'ils exercent sur les parois intestinales. Cela explique pourquoi la dose des vibrions à injecter, vivants ou morts, est un facteur essentiel dans le sort de la prétendue péritonite cholérique.

Au cours des recherches dont il s'agit, j'ai constaté, en outre, qu'il peut se produire pareillement une expulsion de vibrions par la muqueuse gastrique, accompagnée d'œdème du tissu conjonctif sous-muqueuse et interglandulaire, desquamation épithéliale, lésions profondes des follicules glandulaires, hypersécrétion aqueuse ou muco-séreuse et achlorhydrie.

Lorsqu'à la suite de ces altérations la réaction du contenu gastrique devient alcaline, les vibrions, en atteignant l'estomac, ne meurent plus. Ils y multiplient, au contraire, abondamment.

L'ablation de l'épiploon augmente la gravité de ces gastro-entérites d'origine péritonéale, l'épiploon étant à la fois un organe d'enrichissement phagocytaire et une puissante barrière contre l'invasion vibrionienne. Cela permet de comprendre le mécanisme encore obscur des immunisations non spécifiques contre le choléra péritonéal.

Dans les cas d'évolution très lente, la muqueuse buco-pharyngienne devient, à son tour, une voie d'expulsion des vibrions.

Enfin, dans ces formes très lentes, aboutissant néanmoins à la mort, on constate parfois, chez le cobaye, cette paralysie intestinale décrite chez l'homme sous le nom de choléra sec; et, comme dans le choléra humain, on peut déceler, dans ces formes, des agglutinines spécifiques circulantes dans le sang ou l'intervention d'infections secondaires.

A 16 heures et quart l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17 heures et demie.

A. Lx.